Las matemáticas del electromagnetismo

Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

GENIOS de las MATEMÁTICAS

Las matemáticas
del electromagnetismo

Maxwell

RBA

© 2016, Manuel Quesada Pérez por el texto
© 2017, RBA Coleccionables, S.A.U.

Realización: EDITEC
Diseño cubierta: Llorenç Martí
Diseño interior: Luz de la Mora
Infografías: Alberto Fregenal
Fotografías: Album: 153bi; Archivo RBA: 19ai, 22, 23, 39, 52, 57bi, 69, 73ai, 73ad, 73bi, 73bd, 75, 78, 94, 95, 99, 121, 124, 139, 153ai, 153ad; Getty Images: 13, 153bd; Pieter Kuiper: 42; José Alberto Maroto: 57bd; Midnight Bird: 31; Manuel Quesada: 17; Shutterstock: 57a; 105m, 105b; Kim Traynor: 19b; Alf Van Beem: 105a; Wellcome Library, Londres: 19ad, 91.

Reservados todos los derechos. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida, almacenada o transmitida por ningún medio sin permiso del editor.

ISBN (Obra completa): 978-84-473-8775-5
ISBN: 978-84-473-9107-3
Depósito legal: B 19455-2017

Impreso y encuadernado en Cayfosa (Impresia Ibérica)

Impreso en España - *Printed in Spain*

Sumario

INTRODUCCIÓN 7

CAPÍTULO 1 Un joven matemático en el laboratorio 13

CAPÍTULO 2 Matemáticas y color 45

CAPÍTULO 3 Y la estadística llegó a la física 65

CAPÍTULO 4 Las ecuaciones que lo explicaban casi todo 87

CAPÍTULO 5 El principio de una nueva era 131

LECTURAS RECOMENDADAS 155

ÍNDICE 157

Introducción

En 1931 se celebró el primer centenario del nacimiento del físico y matemático escocés James Clerk Maxwell. Con motivo de tal evento, grandes científicos de la época colaboraron en la publicación de un libro que le rendía homenaje. Según las palabras que escribió Albert Einstein en uno de los capítulos de ese libro, «El trabajo de James Clerk Maxwell cambió el mundo para siempre» y «Una época científica acabó y otra empezó con Maxwell». ¿A qué transformación tan profunda que experimentó la ciencia y el mundo se refería Einstein?

Pocos años antes de nacer Maxwell se empezaron a encontrar pruebas de que electricidad y magnetismo estaban estrechamente relacionados, pero no existía una teoría electromagnética. Solo había un conjunto de leyes dispersas y aparentemente inconexas. Y para algunos fenómenos, como la inducción magnética, no había ni una ley matemática que los describiera. Después de Maxwell el electromagnetismo se mostró ante la ciencia como una rama de la física perfectamente construida sobre una teoría sólida y elegante, sintetizada en un conjunto reducido de ecuaciones que, con algunos pequeños cambios en su apariencia formal, ha llegado hasta nuestros días.

Pero, al desarrollar la teoría electromagnética, Maxwell también cambió la manera de entender las interacciones entre partículas materiales. La mecánica newtoniana se había consagrado a la fuer-

za como el concepto estrella para describir interacciones entre los cuerpos. Para Maxwell, la idea de fuerza era realmente importante. De hecho, en su juventud pensaba que todo en física podía expresarse en términos de fuerzas. Pero inspirado por las ideas de Faraday, Maxwell acabó descubriendo una realidad subyacente que no era directamente accesible para los sentidos pero sí se podía describir matemáticamente: el concepto de campo. Faraday imaginaba líneas de fuerza para explicar cómo era posible que imanes o cargas se atrajesen o repeliesen a distancia. Pero fue Maxwell quien formalizó el concepto de campo a partir de las ideas intuitivas de Faraday gracias al talento que tenía en matemáticas y a la destreza que había adquirido durante su etapa de formación académica.

De la misma manera que Newton había desarrollado las leyes de la mecánica clásica en torno a la idea de fuerza, Maxwell construyó la teoría electromagnética a partir del concepto de campo. De hecho, fue el primero en formular matemáticamente una teoría física empleando este nuevo concepto, que posteriormente acabó instalándose en toda la física. A diferencia de las fuerzas, que estaban ligadas a los cuerpos o partículas sobre las que actuaban, Maxwell concibió el campo como algo continuo, que llenaba todo el espacio y era responsable de las interacciones electromagnéticas. Por tanto necesitaba un formalismo matemático que pudiese describir y predecir cómo variaba el campo electromagnético de un punto a otro del espacio y con el transcurso del tiempo. La teoría de funciones de diversas variables y las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales fueron las herramientas matemáticas que empleó para escribir las leyes fundamentales del electromagnetismo.

Al tratarse de un formalismo diferencial, las ecuaciones de Maxwell describían còmo se comportaban los campos eléctrico y magnético en el entorno de un punto dado del espacio. Pero el matemático escocés reconoció en esas ecuaciones dos operadores, la divergencia y el rotacional, que hoy son piedras angulares del cálculo vectorial. Por esa razón, Maxwell es considerado uno de los padres de esa rama de las matemáticas.

Además de visualizar el campo mediante líneas de fuerza, Faraday también había intuido que la luz podía tener naturaleza electromagnética. Pero fue Maxwell quien probó que, cuando el

campo electromagnético se perturbaba localmente, la perturbación generada se propagaba con la misma velocidad a la que viajaban las ondas luminosas. Y pudo hacerlo con ayuda de las ecuaciones diferenciales que él había encontrado. Quedaba demostrado así que la luz era una onda electromagnética. Este fue uno de los cambios más profundos y radicales en la concepción de la realidad física y toda una proeza en la historia del pensamiento humano. A partir de ese momento, los fenómenos eléctricos, magnéticos y luminosos quedaron integrados dentro de un mismo cuerpo teórico, que era capaz de dar respuestas a preguntas muy diferentes. Por citar solo algunos ejemplos, la teoría electromagnética puede explicar cómo funciona un pararrayos, por qué las auroras boreales y australes se producen cerca de los polos, cómo funciona una guitarra eléctrica o por qué el cielo es azul y las nubes son blancas.

Pero las ecuaciones de Maxwell no solo supusieron la consolidación del electromagnetismo como una nueva y floreciente rama de la ciencia del siglo XIX, sino que también conllevaron el comienzo de una nueva época en la física. La teoría electromagnética del físico y matemático escocés resultó ser incompatible con algunos de los postulados básicos de la mecánica newtoniana. La solución revolucionaria que propuso Albert Einstein a este conflicto cuando formuló la teoría de la relatividad especial fue apostar por la validez de la síntesis electromagnética y enmendar la mecánica clásica. En otras palabras: las ecuaciones de Maxwell contenían el germen que alteraría para siempre nuestra noción de espacio y tiempo.

Pero casi al mismo tiempo que nacía la relatividad se gestaba una revolución tecnológica que cambiaría el modo en que nos comunicamos para siempre: la era de las telecomunicaciones inalámbricas. Un par de décadas después de que Maxwell predijera la existencia de ondas electromagnéticas, estas fueron generadas artificialmente y detectadas por Hertz mediante procedimientos electromagnéticos. A partir de ese momento se inició una carrera por conseguir que esas ondas recorrieran distancias cada vez más grandes y en 1901 atravesaron el Atlántico transmitiendo una señal telegráfica. Después, las ondas electromagnéticas que Maxwell

fue capaz de concebir sobre un papel hicieron posible la radio, el radar, la televisión, los mandos a distancia y la telefonía móvil. Y términos que hoy usamos habitualmente como «microondas», «wifi» o «bluetooth» no existirían si alguien como él no hubiese sido capaz de describir con precisión la naturaleza de unas ondas que no se podían ver con los ojos, pero sí con la ayuda de la física y las matemáticas. Además no debe olvidarse que la propagación de señales en medios guiados como la fibra óptica también se describe con las ecuaciones de Maxwell.

Pero las contribuciones de Maxwell a la ciencia no se restringen solo al electromagnetismo y las telecomunicaciones. Como suele ocurrir con otros grandes genios, su nombre dejó huella en diversas áreas de la física, como la óptica y la termodinámica. De hecho, podría haber pasado a la historia solo con sus aportaciones a estos campos. Por ejemplo, Maxwell ideó una manera de describir matemáticamente la visión del color. Tanto en esta teoría como en sus estudios de termodinámica tuvo como aliada a la geometría.

Maxwell también fue el primero en describir estadísticamente el movimiento de las moléculas de un gas en una época en la que en teoría atómica aún era cuestionada. Además fue capaz de estimar qué distancia media recorrían las moléculas entre choques sucesivos. Al hacer esto demostró que la estadística era una poderosa herramienta para averiguar cosas sobre las moléculas a partir de magnitudes que se podían medir fácilmente en un laboratorio, como la temperatura o la viscosidad. Pero también estaba creando una nueva rama de la física que actualmente se ocupa del estudio de colectividades de partículas: la física estadística.

Todo este legado no solo ha hecho nuestra vida diaria mucho más sencilla sino que ha sido fundamental para el progreso de áreas multidisciplinares punteras de ciencia y tecnología, como la ciencia de materiales, la biotecnología o la nanotecnología. Por eso, para muchos físicos y científicos en general, resulta algo triste comprobar que Maxwell no es tan conocido por el resto de la sociedad como Isaac Newton o Albert Einstein a pesar de que su obra e influencia sea comparable a la de estos dos genios.

1831 Nace el 13 de junio en la ciudad de Edimburgo.

1839 Fallece su madre.

1841 Empieza su formación en la Academia de Edimburgo.

1846 Publica su primer trabajo que versa sobre diferentes tipos de óvalos.

1847 Comienza a estudiar en la Universidad de Edimburgo.

1850 Ingresa en la Universidad de Cambridge.

1854 Se gradúa en Cambridge como segundo de su promoción. Obtiene el premio Smith.

1855 Publica la primera parte de *On Faraday's Lines of Forces*. También comienza a publicar sus primeros estudios sobre la visión del color.

1856 Fallece su padre. Es nombrado profesor de filosofía natural en la Universidad Marischal's College de la ciudad escocesa de Aberdeen.

1858 Se casa con Katherine Mary Dewar. Recibe el premio Adams por su trabajo sobre los anillos de Saturno.

1860 Publica un artículo sobre la descripción matemática del color y otro sobre la teoría cinética de los gases. Es nombrado profesor en el King's College de Londres. Recibe la medalla Rumford de la Royal Society.

1861 Realiza la primera proyección de una imagen fotográfica en color. Publica las dos primeras partes de *On Physical Lines of Force*.

1865 Publica el artículo «A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field». Renuncia a su plaza de profesor en el King's College y regresa a Glenlair.

1871 Publica el libro *Theory of Heat*. Ocupa la cátedra de Física Experimental. Comienza a supervisar la construcción del Laboratorio Cavendish.

1873 Publica un tratado sobre electricidad y magnetismo.

1879 Fallece en Cambridge el 5 de noviembre.

CAPÍTULO 1

Un joven matemático en el laboratorio

James Clerk Maxwell era un niño muy curioso que vivió gran parte de su infancia en una casa de campo familiar. Los años de academia los pasó en Edimburgo. Allí comenzó también su formación universitaria y demostró que sabía combinar a la perfección su talento matemático con la destreza en el laboratorio. Algunas ideas de matemáticas y de física que se gestaban en aquella época tuvieron una relación muy estrecha con su obra.

James Clerk Maxwell nació el 13 de junio de 1831 en Edimburgo. Por aquel entonces Gran Bretaña era la metrópolis de un formidable imperio que se encontraba en plena expansión económica. Su población crecía exponencialmente y se concentraba en las grandes ciudades. Y todo aquel cambio económico y social denominado «revolución industrial» estaba ligado a la máquina de vapor. El estudio de los gases y el calor contribuía a mejorar el funcionamiento y rendimiento de estas máquinas, pero también al desarrollo de la teoría cinética de los gases, la teoría atómica y la termodinámica. En definitiva, la estrecha relación entre sociedad, tecnología y ciencia era una auténtica fuente de riqueza y progreso.

James vino al mundo en el seno de una familia acomodada que además gozaba de buena reputación entre los escoceses de aquella época. Contaban con tierras, rentas y gente a su servicio. Como se habla de las «ecuaciones de Maxwell», el «triángulo de Maxwell» o el «diablillo de Maxwell», parece lógico pensar que Clerk era el segundo nombre de James. Pero no era así. En realidad, Clerk era el apellido original de su familia paterna. ¿De dónde procedía entonces el apellido Maxwell? Uno de sus bisabuelos, George Clerk, se casó con su prima Dorothea, hija de Agnes Maxwell, que tenía una finca en Middlebie, una zona tranquila y hermosa al suroeste de Escocia. Pero esta finca solo podía

llegar a ser propiedad del George y Dorothea si el apellido Maxwell no se extinguía al casarse. Por lo que George Clerk añadió «Maxwell» a su apellido familiar. De no ser por aquella estipulación en la herencia de la familia Maxwell, hoy se hablaría de las «ecuaciones de Clerk». Su bisabuelo George heredó también la baronía de los Clerk, una propiedad llamada Penicuik situada al sur de Edimburgo. En 1789, estas dos fincas pasaron a dos de sus nietos. El primogénito heredó Penicuik mientras que la finca de Middlebie la heredó el segundogénito, John Clerk Maxwell, el padre de James.

John había estudiado derecho en la Universidad de Edimburgo, pero no era un abogado brillante. Mostraba interés por cuestiones de ciencia y era algo excéntrico. Diseñaba ropa y calzado siguiendo sus propios criterios de comodidad y funcionalidad más que cánones estéticos. A los treinta años conoció a Frances Cay, la hermana de uno de sus amigos, con quien se casó. Ella era una mujer inteligente, fuerte y cariñosa. John y Frances pasaron los primeros años de su matrimonio en Edimburgo. Pero finalmente decidieron disfrutar de la vida en el campo y se mudaron a la finca de Middlebie, que creció en extensión cuando adquirieron algunas de las fincas colindantes. Una de ellas tenía una granja denominada Glenlair, nombre que terminó designando a toda la finca.

James nació en Edimburgo porque sus padres regresaron temporalmente a esta ciudad para recibir mejor atención médica durante el embarazo de Frances y el parto. Pero poco después volvieron a Glenlair. Allí, el jovencito James se crio como un chico que disfrutaba de la naturaleza y el campo. Su curiosidad por todo ser viviente que observaba no tenía límites, aunque examinaba la flora y la fauna que le rodeaba con una delicadeza exquisita. James también mostraba mucho más interés que otros niños de su edad por el funcionamiento de todos aquellos objetos que caían en sus manos. Su pregunta preferida era: «¿Y cómo funciona?». Por ejemplo, se empeñó en averiguar cómo funcionaban las campanas que se utilizaban para llamar al servicio. No le bastaba con saber qué tirador activaba cada campana. Tenía que saber además por dónde pasaban los hilos que los conectaban.

A James le encantaban todos los animales, tanto los domésticos como los salvajes. Y en Glenlair no había sitio para juegos en que los animales fuesen tratados cruelmente. Tenía además una habilidad extraordinaria para ganarse la confianza de los perros, a los que era capaz de amaestrar con entusiasmo y paciencia. También mostraba una especial destreza para las actividades y deportes al aire libre. Se le daba bien nadar, bucear o patinar sobre hielo. Siendo aún un niño aprendió a explorar los estanques de la zona dentro de un barreño, lo que requería de un buen sentido del equilibrio. Y también disfrutaba con actividades manuales como la costura, técnica que le enseñó su madre. De vez en cuando recibían la visita de su tía Isabella, hermana de su padre, que vivía en Edimburgo. La solía acompañar su hija Jemina, a la que se le daba muy bien dibujar.

Cuando James tenía solo ocho años, a su madre le diagnosticaron un cáncer abdominal. Para intentar vencer a la enfermedad, Frances accedió a ser operada sin anestesia Pero la operación no logró el objetivo que perseguía y Frances murió poco tiempo después. Su sufrimiento debió de ser tan grande que Ja-

EL ZOÓTROPO

A James y a su prima Jemina les gustaba mucho hacer dibujos para un juguete de la época al que llamaban «magic disc», y cuyo auténtico nombre es «zoótropo». Este artilugio es un tambor en cuyo interior se inserta una tira de papel con escenas que producen la sensación de movimiento cuando se hace girar dicho tambor respecto a su eje de simetría y se mira a través de las rendijas que tiene. Fue inventado por el matemático William George Horner a principios del siglo XIX y es considerado uno de los precursores del cinematógrafo.

mes sintió cierto alivio al saber que el dolor de su madre había cesado con su muerte. Pero no podía imaginar entonces que el destino, o tal vez la genética, le reservaba una muerte similar y a una edad prácticamente idéntica a la de su madre.

El fallecimiento de Frances unió aún más a John y James. Pero tuvo también otras consecuencias ya que, al no haber ninguna escuela cerca de Glenlair, Frances era la que se había ocupado hasta ese momento de la educación de su hijo. Como John estaba muy atareado con las labores de la finca, decidió contratar a un chico de la zona, de tan solo dieciséis años de edad, como tutor de James. Aunque a este joven no le había ido mal en la escuela, era difícil entender cómo John dejaba en manos de alguien con tan poca experiencia la educación de un niño con un talento tan excepcional como el de su hijo. Y como era de esperar el resultado fue desastroso.

El tutor no fue capaz de percibir la extraordinaria inteligencia de James y probablemente pensaba que era estúpido, por lo que le obligaba a recitar las lecciones de memoria y recurría al castigo corporal. Pero los tirones de orejas y las collejas solo sirvieron para que, tras más de un año de tormento, el pequeño Maxwell se rebelara. En mitad de una lección no pudo aguantar más y salió corriendo, cogió el barreño donde se bañaba y se lo llevó hasta un estanque que había cerca de casa. Allí se introdujo en él y, como había hecho en otras ocasiones, remó hasta alcanzar el centro del estanque, de donde se negó a salir a pesar de las voces que le daba su profesor.

Su tía Jane, hermana de su madre, venía observando desde hacía tiempo las diferencias tan abismales que había entre James y su tutor. Tras aquel episodio se propuso convencer a su padre para que lo enviara a estudiar a Edimburgo y finalmente lo logró. La Academia de Edimburgo se encontraba muy cerca de la casa de su tía Isabella, por lo que ella acogió inicialmente a su sobrino. Con tan solo diez años James salió de su hogar familiar y se marchó a Edimburgo. Pero nunca abandonó Glenlair de manera definitiva. Volvió allí en muchos períodos vacacionales y años más tarde se retiró a aquella casa de piedra para dedicar tiempo a sus estudios sobre el electromagnetismo.

FOTO SUPERIOR IZQUIERDA:
James Clerk Maxwell en brazos de su madre. Retrato pintado por William Dyce Cay, primo del matemático.

FOTO SUPERIOR DERECHA:
James D. Forbes, profesor de Filosofía Natural en la Universidad de Edimburgo. James Clerk Maxwell le profesaba un gran aprecio.

FOTO INFERIOR:
Monumento a Maxwell en una calle de Edimburgo. El matemático aparece junto a su perro Toby y sostiene en las manos el disco que utilizaba para sus experiencias sobre el color.

LOS AÑOS DE ACADEMIA

James ingresó en la Academia de Edimburgo en noviembre de 1841 cuando las clases ya habían empezado. Como en primer curso no quedaban plazas libres, fue matriculado directamente en segundo curso. El primer día, el joven Maxwell se presentó en clase con una túnica de *tweed*, un tejido de lana escocesa que se caracteriza por su jaspeado. La túnica era cálida y confortable, pero de aspecto rústico. También tenía un cuello con volantes. Además calzaba unos zapatos con hebillas de latón y puntera cuadrada diseñados por su padre, muy cómodos para los pies, pero difíciles de ver por Edimburgo. Con este atuendo tan peculiar, sus compañeros de segundo corrieron hacia él durante el primer descanso entre clases y le preguntaron quién le había hecho esos zapatos. James contestó con un marcado acento de Galloway, la región donde se había criado, recitando un verso de la literatura escocesa que podría traducirse como: «¿Sabéis? Fue un hombre y vivía en la casa en la que había un ratón». Su respuesta solo sirvió para que sus compañeros se burlaran de él. Pero eso no fue todo. Volvió a casa de su tía Isabella con la ropa hecha jirones. Así fue el primer día de clase de una de las mentes más brillantes de la física y las matemáticas.

En general, los primeros años de academia resultaron duros. Sus compañeros continuaron con las novatadas, lo excluyeron del grupo y le pusieron el mote de *Dafty*, derivado de «daft», que dependiendo del contexto puede traducirse como tonto, bobo o estúpido. Este apodo tan despectivo le acompañó durante su niñez, pero era recordado incluso cuando Maxwell ya tenía prestigio en la profesión. A pesar de todo ello, él no guardaba rencor a aquellos chavales y recordaba estas payasadas con cierto humor.

Afortunadamente en casa de su tía Isabella no tenía problemas. La biblioteca era mejor que la de Glenlair y disfrutaba leyendo novelas, poesía e incluso ensayos. Entre sus autores favoritos se encontraba Jonathan Swift, el autor de *Los viajes de Gulliver*. También pasaba horas dibujando tiras para el zoótropo en compañía de su prima Jemina. Su padre iba a visitarle siempre que era posible y además se escribían frecuentemente. James se divertía jugando con las palabras, y gastando pequeñas bromas.

Por ejemplo, en sus cartas ponía como destinario «Mr. John Clerk Maxwell, *Postyknowswhere*» (*elcarterosabedónde*).

Durante aquellos primeros años los métodos de enseñanza de la Academia no diferían mucho de aquellos que empleaba su antiguo tutor. Los chavales se pasaban horas recitando verbos irregulares griegos o repitiendo una y otra vez ejercicios de aritmética. Pero aquellos ejercicios tan repetitivos fueron poco a poco dejando paso a actividades más interesantes en cursos superiores, como leer pasajes de clásicos griegos. Entonces también empezó a mejorar su rendimiento escolar y su vida social. De repente *Dafty* sorprendió a sus compañeros de clase con la facilidad y rapidez con la que se enfrentaba a problemas de matemáticas y geometría.

Fue en cuarto curso cuando conoció a Lewis Campbell (1830-1908) e inició una relación de amistad con él que duraría toda la vida. Lewis estaba más interesado en los clásicos y era un alumno sobresaliente, especialmente en griego. Era más bien introvertido e infravaloraba su talento, pero muchos de sus compañeros lo admiraban. Lewis era consciente de los problemas por los que estaba pasando James en sus primeros años de academia e incluso le ofreció su ayuda. La relación entre ambos se intensificó cuando la familia Campbell se mudó a una casa muy cercana a la de su tía Isabella. Por lo que Lewis y James iban a clase y volvían a casa juntos. Por primera vez James podía compartir con alguien de edad similar las ideas que pululaban por su mente. Uno de sus temas preferidos era la geometría. Y en muchas ocasiones el camino de vuelta a casa resultaba insuficiente para hacer un repaso a sus experiencias y pensamientos, por lo que sus conversaciones se prolongaban en la puerta de casa. Lewis se sentía fascinado por la personalidad tan dinámica de James y estaba encantado de tenerlo como compañero porque le hacía la vida más excitante. Al morir Maxwell, Campbell se convirtió en su biógrafo. Él conservaba todas las cartas que su amigo le había enviado desde que dejaron la Academia de Edimburgo y Campbell ingresó en la Universidad de Glasgow. Pero además hizo el esfuerzo de recopilar gran parte de la correspondencia que el físico escocés había mantenido con otros. Este material tan valioso le permitió publicar la biografía de Maxwell en 1882.

Otro de los amigos que hizo James en sus años de academia fue Peter Guthrie Tait (1831-1901). Los intereses académicos de James y Peter eran tan parecidos que sus carreras profesionales coincidieron en diferentes momentos a lo largo de sus vidas. De hecho, se encontraron compitiendo por el mismo puesto en más de una ocasión. Pero la amistad que forjaron en su etapa de formación resistió sin fisuras las rivalidades profesionales. Peter Tait se encontraba entre los matemáticos y físicos escoceses más importantes. En colaboración con William Thomson (1824-1907) escribió un tratado de filosofía natural (así se denominaba entonces a la física) que fue toda una referencia de la época.

WILLIAM THOMSON, LORD KELVIN

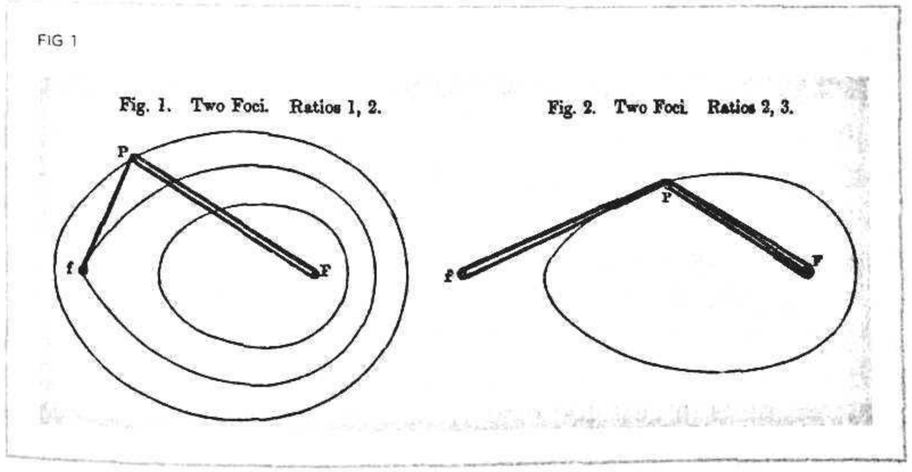
William Thomson fue un físico, matemático e ingeniero nacido en Belfast en 1824. Su padre era profesor de Matemáticas en la Universidad de Glasgow. Se graduó en la Universidad de Cambridge en 1845, año en que también consiguió el premio Smith otorgado por dicha universidad. En 1846 fue nombrado profesor de Filosofía Natural en la Universidad de Glasgow, donde permaneció hasta que se jubiló. En 1848 propuso una escala termodinámica para la temperatura de carácter absoluto y, por tanto, independiente de la sustancia termométrica empleada. Colaboró en varias expediciones que se hicieron para tender el primer cable telegráfico intercontinental entre Londres y Nueva York, algo que se consiguió en 1866 tras varios intentos sin éxito. Recibió el título de Lord Kelvin por sus aportaciones científicas y tecnológicas. Este título, que hacía referencia al río que pasa por Glasgow, acabó dando nombre a la unidad de temperatura en la escala absoluta que había propuesto y a uno de los enunciados del segundo principio de la termodinámica.

Uno de los temas que cautivó la atención de James en el sexto curso fue el problema de cómo trazar óvalos. A todos aquellos que entonces estudiaban curvas cónicas les enseñaban que la elipse era el lugar geométrico de todos los puntos de un plano tales que la suma de las distancias a otros dos puntos fijos llamados «focos» era constante. Matemáticamente esto se podía escribir como:

$$d_1 + d_2 = c,$$

donde d_1 y d_2 eran las distancias de cualquier punto de la elipse a los focos 1 y 2, respectivamente, y c era una constante. A James también le contaron en clase que la elipse se podía trazar fijando los extremos de una cuerda de longitud c a los focos con clavos o alfileres y moviendo el lápiz alrededor de los focos con la cuerda tensa. Para la mayoría de sus compañeros aquí se acababa la cuestión. Pero James quería ir más lejos y para ello modificó la forma en que la cuerda pasaba por los clavos y el lápiz. Ató uno de los extremos de la cuerda al lápiz e hizo pasar la cuerda por el clavo que había quedado libre doblándola de vuelta hasta el lápiz. O sea, la cuerda iba del lápiz hasta uno de los clavos donde se doblaba, volvía al lápiz, y terminaba en el otro clavo. Por tanto había dos tramos de cuerda entre el lápiz y uno de los alfileres o clavos. Al hacer esto, trazó una curva descrita por la ecuación:

$$2d_1 + d_2 = c.$$



Ilustraciones incluidas en el primer trabajo de Maxwell que muestran el procedimiento para trazar diferentes tipos de óvalos.

Haciendo pasar la cuerda varias veces por los focos o el lápiz, consiguió además trazar curvas que satisfacían la ecuación:

$$nd_1 + md_2 = c,$$

donde n y m son dos números naturales. Pero tampoco se quedó ahí y generalizó este procedimiento a óvalos que tuvieran tres, cuatro e incluso cinco focos.

John Maxwell enseñó el trabajo que había realizado James a un amigo suyo, James D. Forbes (1809-1868), que era profesor de Filosofía Natural en la Universidad de Edimburgo, que a su vez se lo mostró a un colega, Philip Kelland (1808-1879). Los dos estuvieron indagando si alguien había hecho un estudio similar antes y descubrieron que René Descartes, ni más ni menos, había descrito el mismo conjunto de óvalos bifocales. Pero el procedimiento de construcción empleado por James era más general y más simple. El trabajo fue leído por Forbes, con anotaciones propias, ante la Royal Society de Edimburgo porque se consideró que Maxwell era demasiado joven para defenderlo. Este fue su debut ante la comunidad científica de la época. Y su padre estaba encantado. Pero este trabajo sirvió además para que James se interesara por la obra de René Descartes (1596-1650). De hecho, la estudió tan a fondo que llegó a descubrir algún pequeño error en los cálculos de este filósofo y matemático.

A partir de entonces Maxwell también se interesó por los trabajos de otros grandes hombres de la ciencia. Y aprendió que a los descubrimientos importantes se llega tras titubeos y tropiezos. Además llegó a la conclusión de que ni siquiera los genios eran infalibles. Todos cometían errores. Y él era plenamente consciente de su tendencia a equivocarse en los cálculos matemáticos por lo que era muy tolerante con los errores de otros científicos. Por el contrario, era muy crítico con todos aquellos que trataban de ocultar información al lector. Por ejemplo, años más tarde le reprochó a Ampère que, para apoyar su ley sobre fuerzas entre corrientes eléctricas, solo describiera los experimentos que habían sido cuidadosamente realizados y ocultara los más toscos y preliminares, que eran los que verdaderamente le habían inspirado en su formulación.

En vacaciones, James solía volver a Glenlair, donde disfrutaba en compañía de viejos amigos y gente del lugar de una animada vida social. También ayudaba a su padre y a los trabajadores de la finca en diversas labores. Pero no todos los períodos vacacionales de la época de academia los pasaba en Glenlair. Muchas navidades visitaba a su tío George Clerk (1787-1867) en Penicuik. O se desplazaba a Glasgow para visitar a su prima Jemina después de que esta se casara con Hugh Blackburn (1823-1909), profesor de Matemáticas de la Universidad de Glasgow. En una de estas visitas James conoció a William Thomson, profesor de Filosofía Natural y compañero de Blackburn en esa universidad. Thomson tenía una gran intuición y no tardó en descubrir el talento de James. A partir de aquel primer encuentro, James y William se cartearon con frecuencia y terminaron entablando una amistad que también duró toda la vida.

«La historia de la ciencia no se limita a enumerar investigaciones que han tenido éxito. Debe también narrar investigaciones fallidas, y explicar por qué algunos de los hombres más capaces no consiguieron encontrar la clave del conocimiento.»

JAMES CLERK MAXWELL, *INTRODUCTORY LECTURE ON EXPERIMENTAL PHYSICS.*

EN LA UNIVERSIDAD DE EDIMBURGO

En el otoño de 1847 James ingresó en la Universidad de Edimburgo, donde pasó tres años. Esta universidad formaba a futuros médicos, abogados, profesores o ingenieros en Griego, Latín, Historia de las civilizaciones, Historia Natural, Matemáticas, Filosofía Natural, o Filosofía Mental (lo que hoy se conoce simplemente como Filosofía). El prestigio de la Universidad de Edimburgo en esta rama del saber era tal que contaba con dos cátedras, una de Lógica y otra de Filosofía Moral. No debió ser nada fácil para una mente tan despierta como la de James escoger entre todas estas asignaturas. Pero finalmente decidió empezar su for-

mación universitaria con la filosofía natural, que impartía James Forbes, las matemáticas, impartidas por Philip Kelland (al que también conocía ya), y la lógica, cuyo profesor era William Hamilton (1788-1856). Este filósofo no debe confundirse con el matemático William Rowan Hamilton (1805-1865).

James disfrutaba en las clases de filosofía porque Hamilton no solo no rehuía sus preguntas, sino que se mostraba encantado de responderlas. También le servían para terminar debatiendo sobre cuestiones mucho más profundas. Pero además de pasarlo bien en esas clases, James acabó haciendo uso de lo aprendido en sus trabajos posteriores. En particular comprendió que al abordar un problema complejo era conveniente parar y dejar pasar cierto tiempo para después enfrentarse a la cuestión con un enfoque diferente. Esta táctica la empleó a lo largo de su vida en diversas ocasiones, y el ejemplo más ilustrativo lo proporciona la teoría electromagnética. Maxwell empezó a formularla en 1855, cuando se acababa de graduar en Cambridge, pero sus famosas ecuaciones no aparecieron juntas hasta 1865. En esa década, la mente de Maxwell pasó de un tema a otro con mucha facilidad. Por eso se encuentran trabajos relativos a la teoría de la visión del color, a la estructura de los anillos de Saturno, la distribución de velocidades moleculares y al electromagnetismo. Gracias a la filosofía, Maxwell también acabó concluyendo que la teoría electromagnética debía construirse a partir de magnitudes que pudiesen ser medidas directamente, como la fuerza. Pero estas magnitudes eran una mera manifestación externa de algo mucho más profundo, el concepto de campo, que nuestros sentidos no podían percibir.

También se compenetró muy bien con James Forbes, que le dejaba experimentar a sus anchas en el laboratorio ya que era plenamente consciente del potencial del joven Maxwell. El poder experimentar libremente le resultó tan estimulante que dejó obrar con la misma libertad a todos aquellos que estaban a su cargo cuando, más de dos décadas después, fue el primero en ocupar la cátedra de Física Experimental en el Laboratorio Cavendish. Entonces Maxwell comentó: «Nunca traté de disuadir a nadie de que hiciera un experimento. Si alguien no encuentra lo que quiere, tal vez descubra otra cosa.»

En cualquier caso la gran influencia que ejerció James Forbes sobre Maxwell y la importancia que para él tenían los experimentos se reflejó nítidamente en un artículo que Maxwell escribió para la revista *Nature* en 1879, del que merece la pena destacar el siguiente fragmento:

> Si un niño tiene un talento para el estudio de la naturaleza, visitar a un científico mientras trabaja en su laboratorio puede ser un punto de inflexión en su vida. El niño podría no entender ni una palabra de lo que dice el científico cuando explica lo que hace. Pero verá los experimentos que realiza, y la paciencia y el sufrimiento que les dedica. Y cuando los experimentos fallen verá que el científico, en vez de enfadarse, busca la causa del fallo entre las condiciones experimentales.

Durante su etapa de formación en la Universidad de Edimburgo, James demostró de nuevo la destreza que tenía con las matemáticas en dos trabajos. En uno de ellos volvía a plantear un estudio relacionado con la geometría. En esa ocasión, centraba su atención en la trayectoria que describía un punto de una curva cuando esta rodaba sobre otra. Un ejemplo muy conocido es la cicloide, trayectoria en forma de «U» invertida descrita por un punto de una circunferencia que rueda sobre un plano. En su estudio incluyó una amplia colección de estas trayectorias, conocidas como «curvas rodantes», y las clasificó atendiendo a diversos criterios. En muchos casos James describió la curva que rodaba, la curva sobre la que se rodaba y la trayectoria que se obtenía usando directamente ecuaciones en coordenadas cartesianas o polares. El joven Maxwell ya demostraba sobradamente su bagaje matemático al proporcionar toda esta información. Pero no se limitó a una clasificación sistemática de curvas rodantes, sino que fue capaz de probar proposiciones matemáticas que resultaban atractivas a todos aquellos interesados en cuestiones geométricas, aunque no tuvieran muchas aplicaciones en la práctica.

En el segundo de los trabajos James conjugó la destreza matemática con su pasión por los experimentos en el laboratorio. Por aquella época, sentía fascinación por la luz polarizada.

Maxwell aún no había descubierto la naturaleza electromagnética de la luz, por lo que no podía tener una idea precisa y profunda de lo que realmente era la luz polarizada. De hecho, el debate sobre la naturaleza ondulatoria de la luz continuaba abierto en esos años.

LUZ POLARIZADA

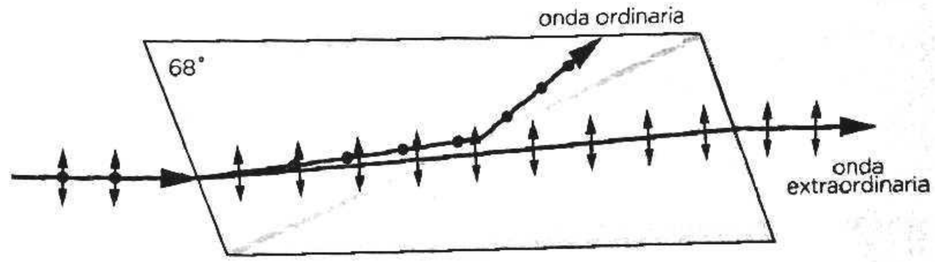
Cuando las vibraciones que produce una onda son perpendiculares a su dirección de propagación se dice que la onda es «transversal». Si además la dirección de vibración es fija se habla entonces de una «onda polarizada» linealmente. La luz natural es una mezcla de ondas electromagnéticas que vibran en todas las direcciones. Sin embargo, puede obtenerse luz polarizada mediante diferentes métodos. Por ejemplo, cuando la luz incide sobre una superficie con un determinado ángulo, conocido como «ángulo de Brewster» la luz reflejada está linealmente polarizada. Este fenómeno se conoce como «polarización por reflexión». Maxwell empleó este principio en sus primeras experiencias con luz polarizada. Pero hoy se suelen emplear filtros polarizadores, que son láminas de un material que absorben de forma selectiva las vibraciones que se producen en una determinada dirección y, por tanto, solo dejan pasar las oscilaciones que se producen en la dirección perpendicular.

Cuando la luz no polarizada pasa a través de un filtro que absorbe las vibraciones que se producen en una dirección determinada se obtiene luz polarizada.

A pesar de que Maxwell no tenía una idea exacta sobre qué era la luz polarizada, sí que conocía bien procedimientos experimentales para obtenerla. Para sus primeras experiencias con este tipo de radiación, él mismo diseñó un dispositivo rudimentario basado en un fenómeno conocido como «polarización por re-

PRISMA DE NICOL Y BIRREFRINGENCIA

Materiales cristalinos como la calcita exhiben de manera natural una curiosa propiedad óptica denominada «birrefringencia» o «doble refracción». En estos materiales existe cierta dirección privilegiada, conocida como «eje óptico», que depende de su estructura cristalina. Para analizar cómo se propagan las ondas electromagnéticas por sólidos transparentes birrefringentes debe distinguirse entre la onda ordinaria, aquella cuyo campo eléctrico vibra perpendicularmente al eje óptico, y la onda extraordinaria, cuyo campo eléctrico es perpendicular al de la onda ordinaria. Estas dos ondas no viajan a la misma velocidad. Por tanto, cuando la luz incide sobre un material birrefringente como la calcita, el ángulo de refracción correspondiente a las ondas ordinaria y extraordinaria no será en general el mismo y los rayos correspondientes a estas dos ondas seguirán direcciones diferentes. Esta doble refracción explica por qué estos materiales producen imágenes dobles de un mismo objeto.
El prisma que inventó el físico escocés William Nicol (1768-1851) en 1828 para obtener luz polarizada se basaba en el fenómeno de doble refracción. Este prisma estaba hecho de un cristal romboédrico de calcita dividido en dos mitades. Cuando la luz natural penetraba por una de sus caras se dividía en dos haces correspondientes a la ondas ordinaria y extraordinaria, que vibraban en direcciones mutuamente perpendiculares. La onda ordinaria sufría una reflexión total interna en la zona de unión de las dos mitades, que la desviaba aún más de la onda extraordinaria.



El prisma de Nicol separaba las ondas ordinaria y extraordinaria. Sus caras formaban un ángulo de 68°.

flexión». Hacía pasar la luz a través de una caja de forma que las ondas luminosas incidían en un primer cristal con el ángulo de Brewster, y la radiación reflejada volvía a incidir en un segundo cristal con el mismo ángulo. Tras estas dos reflexiones la luz que emergía de la caja tenía un alto grado de polarización. Posteriormente, William Nicol le regaló un par de prismas que él mismo había inventado en 1828 para polarizar la luz, y que Maxwell conservó durante toda su vida como objetos realmente valiosos. James había conocido a William Nicol un par de años antes, cuando visitó su laboratorio en compañía de su tío y Lewis Campbell.

Provisto con tan preciado polarizador, James trató de poner en práctica una idea de David Brewster (1781-1868), el científico escocés que había formulado correctamente la ley que regía la polarización por reflexión. Brewster propuso el uso de la luz polarizada para estudiar los esfuerzos en sólidos elásticos. Esto era posible porque materiales transparentes que en principio eran isótropos desde un punto de vista óptico podían volverse birrefringentes cuando estaban sometidos a cierta tensión mecánica. Y los materiales birrefringentes podían alterar el estado de polarización de la luz.

Para su trabajo sobre el equilibrio de sólidos elásticos, James empleó un material transparente que podía moldear y deformar con mucha facilidad, y que además encontraba fácilmente en la cocina de casa: la gelatina. Así se convirtió en pionero en una técnica que hoy es empleada por muchos ingenieros y que se conoce como «fotoelasticidad». También empleó láminas triangulares de cristal enfriado rápidamente. Tanto este trabajo como el de las curvas rodantes fueron leídos en la Royal Society.

TEMPERATURA Y DERIVADAS PARCIALES

James no solo aprendía en clase o en los laboratorios de la universidad. También lo hacía cuando realizaba experimentos en un laboratorio que había improvisado en Glenlair, o con la ayuda de libros que pedía prestados a la biblioteca. Entre sus lecturas preferidas se encontraban los tratados de matemáticos franceses como Augustin

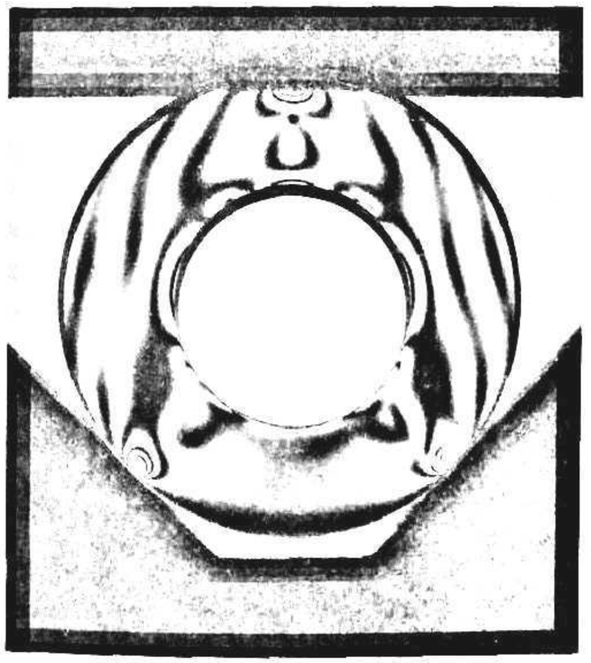
FOTOELASTICIDAD

El estado de tensión mecánica de cada punto de un material se puede caracterizar mediante una matriz 3 × 3 de esfuerzos, aunque siempre es posible encontrar un sistema de referencia en el que dicha matriz sea diagonal. A los esfuerzos que se tienen a lo largo de los ejes de este sistema de referencia se les denomina «esfuerzos principales».

La fotoelasticidad se basa en que materiales que son isótropos en estado natural y no exhiben doble refracción, como muchos vidrios, pueden volverse birrefringentes cuando están sometidos a cierta tensión mecánica o deformación. Para poder entender cómo se propaga una onda luminosa a través de una lámina sometida a tensión, el vector campo eléctrico asociado a esta onda incidente ha de descomponerse en las direcciones de los esfuerzos principales paralelos a la lámina, σ_1 y σ_2, ya que viajan a velocidades diferentes. Los índices de refracción asociados a estas dos ondas vienen dados por unas expresiones que también reciben el nombre de «ecuaciones de Maxwell» en el campo de la fotoelasticidad. Al emerger de la lámina, las ondas asociadas a estos dos componentes no se encuentran en fase puesto que el tiempo empleado para recorrerla ha sido diferente. Si t es el espesor de la lámina, λ es la longitud de onda en el vacío y c una constante que depende de la naturaleza del material, el desfase entre las ondas con oscilaciones paralelas a los esfuerzos σ_1 y σ_2 está dado por la siguiente expresión:

$$\delta = 2\pi tc(\sigma_1 - \sigma_2)/\lambda.$$

La intensidad que se observa en una experiencia de fotoelasticidad depende de este desfase, por lo que esta igualdad constituye el punto de partida de esta técnica.



Aspecto que presenta una muestra de material birrefringente en una experiencia de fotoelasticidad.

Louis Cauchy (1789-1857) o Siméon Denis Poisson (1781-1840). Y, de todos ellos, tenía predilección por la obra *Théorie Analytique de la Chaleur* (*Teoría analítica del calor*), publicada por Joseph Fourier (1768-1830) en 1821. Se sentía tan fascinado por esta obra que se compró su propio ejemplar por veinticinco chelines, una suma considerable para un jovencito de dieciocho años en 1849. Merece la pena detenerse a examinar algunos de los contenidos de este tratado porque pueden ayudar a entender por qué Maxwell formuló años más tarde la teoría electromagnética en forma diferencial. Además, el estudio realizado por Fourier despertó el interés de James por la termodinámica. Él mismo publicaría en 1871 un libro con un título muy parecido al de Fourier, *Theory of Heat*.

«Los conocimientos de física obtenidos por la aplicación combinada del análisis matemático y la investigación experimental son más sólidos y duraderos que los que poseen un matemático puro o un mero experimentador.»

James Clerk Maxwell, *Introductory Lecture on Experimental Physics.*

Fourier se empezó a interesar por la propagación del calor allá por 1804. En 1807 presentó una versión preliminar a la Academia de Ciencias. En la comisión juzgadora se encontraban, entre otros, Pierre-Simon Laplace (1749-1827) y Joseph-Louis (1736-1813) Lagrange. Pero el trabajo inicial de Fourier no fue muy bien acogido por falta de rigor, por lo que continuó perfeccionando su teoría durante casi quince años. En 1821 Fourier lanzó una edición propia de la obra. Y en 1822 consiguió editarla a través de las Memorias de la Academia. Curiosamente, ese mismo año había sido nombrado secretario de dicha institución. En el prólogo hizo una apasionada defensa del análisis matemático como herramienta para el estudio de fenómenos naturales dejando pasajes como este:

El análisis matemático es tan extenso como la naturaleza misma [...]. No puede haber lenguaje más universal y más sencillo, más exento de errores y oscuridades y, en definitiva, más digno de expresar las relaciones invariantes que existen entre entes naturales.

En el primer y segundo capítulo Fourier revisó los aspectos físicos involucrados en la conducción del calor y dedujo la ecuación diferencial que permitía conocer cómo evolucionaba la distribución de temperaturas en un cuerpo con el tiempo. Entre las hipótesis de partida, se encontraban la conservación de la energía, una relación de proporcionalidad entre energía interna y temperatura, y la ley de enfriamiento de Isaac Newton (1642-1727). Esta ley afirmaba que el calor que se transfería entre dos cuerpos por unidad de tiempo era proporcional a la diferencia de temperaturas que existía entre ellos. Pero para poder aplicar esta ley a elementos infinitesimales de un cuerpo en el que la temperatura cambiaba de un punto a otro de manera continua, Fourier remplazó la diferencia finita de temperaturas de la ley de Newton por una derivada de la temperatura, ya que la derivada permitía saber cómo de brusco o suave era el cambio de una función en el entorno de un punto. Si la temperatura T de un cuerpo cambiaba solo en la dirección del eje x y con el tiempo, t, el flujo de energía por unidad de área y tiempo, J_x, venía dado por:

$$J_x = -K\frac{\partial T}{\partial x}.$$

Hoy esta expresión se denomina «ley de Fourier» y K es una propiedad física del material conocida como conductividad térmica. En este ejemplo la temperatura es función tanto de x como de t. Pero al realizar la derivada, el tiempo se considera como si fuera constante. Esta operación se conoce en matemáticas como una «derivada parcial». Si la temperatura varía también con las otras coordenadas espaciales habrá que considerar flujos en las direcciones de los ejes y y z y derivadas parciales con respecto a estas variables.

Partiendo de las hipótesis antes mencionadas, Fourier encontró que la función $T(x, y, z, t)$ describía cómo cambiaba la temperatura de un punto a otro y con el tiempo debía satisfacer la siguiente ecuación diferencial en derivadas parciales:

$$a^2\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2},$$

donde a es una constante que dependía de la conductividad térmica, el calor específico y la densidad del material. En el resto de los capítulos Fourier se dedicó a relatar cómo se podía resolver esta ecuación en diferentes casos prácticos, demostrando así su versatilidad y utilidad. En esta tarea empleó un procedimiento que acabaría extendiéndose a otras ramas de la física y la ingeniería, y que recibe el nombre de «análisis de Fourier». Maxwell lo empleó al plantearse el problema de la estructura de los anillos de Saturno.

Entre los fenómenos naturales que apoyaban la teoría de Fourier se encontraban las oscilaciones térmicas que la sucesión del día y la noche y la alternancia de las estaciones ocasionaban en el agua del mar. Fourier afirmaba: «Estos cambios se hacen cada vez menos sensibles conforme el punto en que se miden se aleja de la superficie. Ninguna variación diurna se puede detectar a una profundidad de unos tres metros». Y una solución muy sencilla de su ecuación diferencial era capaz de justificar este comportamiento perfectamente.

LEY DE OHM EN FORMA LOCAL

En física existen diferentes leyes que establecen una relación de proporcionalidad entre un flujo y la derivada, o el gradiente en el caso más general, de una propiedad intensiva. Un ejemplo es la ley que Ohm, que fue descubierta en 1827. Un enunciado muy conocido de esta ley afirma que la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos de un cable conductor es proporcional a la intensidad de corriente que circula por él y la constante de proporcionalidad es una propiedad conocida como «resistencia», que depende de lo largo y ancho que es el cable. Como la resistencia es función de las dimensiones del cable se dice que es una propiedad extensiva. Pero la ley de Ohm puede formularse también en forma local, referida a un punto y su entorno en vez de un trozo extenso de cable. Si el potencial eléctrico V varía solo en la dirección del eje x, el flujo de carga por unidad de área y tiempo, J_x, viene dado por:

$$J_x = -\sigma \frac{\partial V}{\partial x} ,$$

donde σ es una propiedad intensiva conocida como «conductividad», inversa de la resistividad, que se refiere al entorno de un punto. Esta expresión de la ley de Ohm es formalmente idéntica a la ley de Fourier. Si además se tiene en cuenta que la componente x del campo eléctrico es $E_x = -\partial V/\partial x$, entonces puede escribirse:

$$J_x = \sigma E_x .$$

Maxwell incluyó la ley de Ohm entre las ecuaciones generales del campo electromagnético escrita de esta manera.

CUATERNIONES Y VECTORES

El concepto de vector tal y como se emplea en física se encontraba ya implícito en las reglas de composición de fuerzas y velocidades, que venían siendo utilizadas desde la época de Newton. Pero, desde un punto de vista más matemático, se fue desarrollando asociado a la representación gráfica de los números complejos. En este contexto nacieron los cuaterniones, que fueron creados por el matemático y físico irlandés William Rowan Hamilton en 1843.

Hamilton trataba de extender el concepto de número complejo a más de dos dimensiones. No pudo hacerlo con tres dimensiones, pero sí con cuatro. Para ello utilizó tres unidades imaginarias, i, j y k, que verificaban $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$. Cuenta la historia que esto se le ocurrió a Hamilton mientras paseaba cerca de un puente de Dublín, donde llegó a inscribir esta expresión. Hoy en día existe en el puente una placa conmemorativa que recuerda cómo surgió esa idea. Siguiendo la analogía con los números complejos, un cuaternión puede expresarse como:

$$q = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k.$$

Como se puede ver, Hamilton empleó para simbolizar las unidades imaginarias las mismas letras que actualmente se usan para designar los vectores unitarios que apuntan en las direcciones de los ejes de un sistema de referencia cartesiano, $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$. Esta coincidencia no es una mera casualidad. En realidad, un cuaternión puede considerarse como un ente matemático que tiene una parte escalar (q_0) y otra vectorial, $q_1 i + q_2 j + q_3 k$. Uno de los defensores acérrimos del uso de los cuaterniones fue Peter Tait, el amigo de Maxwell.

A Hamilton también se le atribuye la introducción en el análisis vectorial de un operador diferencial que simbolizaba mediante el símbolo ∇ y que definió como:

$$\nabla \equiv i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z} .$$

Actualmente también se emplea $\vec{\nabla}$. Este operador tiene la estructura de un vector, pero sus «componentes» no son cantidades escalares, sino derivadas parciales. Cuando este operador actúa sobre una función escalar, como la temperatura, $T(x, y, z, t)$, se obtiene un vector conocido como «gradiente». Para cada punto, el gradiente nos dice en qué dirección la función varía más rápidamente, y su módulo nos da la tasa de variación, o pendiente, en dicha dirección. En términos de este operador, las tres ecuaciones escalares de la ley de Fourier correspondientes a los flujos en las tres direcciones del espacio pueden escribirse de una manera más compacta en una sola ecuación vectorial:

$$\vec{J} = -K\vec{\nabla}T .$$

Por otro lado, el matemático y físico alemán Hermann Grassmann introdujo en 1844 las operaciones entre vectores de manera formal. Además de la suma, definió el producto escalar y el producto vectorial. Pero su terminología no fue bien entendida hasta algunos años más tarde. En aquel tiempo también se empezaron a desarrollar conceptos y resultados relativos al análisis vectorial. En esta rama del saber destacaron las aportaciones de George Stokes (1819-1903), William Thomson y el propio Maxwell.

EL NACIMIENTO DEL ELECTROMAGNETISMO

Los griegos ya sabían que algunos materiales como el ámbar eran capaces de atraer otros objetos ligeros después de ser frotados. Además tenían constancia de las fuerzas atractivas y repulsivas que aparecían entre trozos de magnetita. Por otro lado, algunos historiadores piensan que los chinos usaban la brújula incluso antes de que los griegos conocieran las propiedades de la magnetita y, en cualquier caso, muchos siglos antes de que este instrumento apareciera en Europa, algo que sucedió hacia el año 1100 de nuestra era. Medio siglo después, William Gilbert, médico de la reina Isabel I de Inglaterra, recopiló todo lo que se sabía hasta entonces de los imanes en una obra titulada *De Magnete*, publicada en 1600. Además, concluyó que la Tierra podía ser considerada un gran imán y probó que el hierro perdía sus propiedades magnéticas si se calentaba suficientemente.

OPERACIONES CON CUATERNIONES

Los cuaterniones se pueden sumar como se suman números complejos o vectores. Para poder multiplicarlos se aplica la propiedad distributiva y los siguientes productos de unidades imaginarias diferentes:

$$ij = k, jk = i, ki = j$$
$$ji = -k, kj = -i, ik = -j.$$

Como se puede ver el producto de unidades imaginarias diferentes no es conmutativo y recuerda al producto vectorial de vectores unitarios cartesianos, pero no es lo mismo. Para comprobarlo solo hay que tener en mente que el producto de cualquier unidad imaginaria por sí misma es –1, pero el producto vectorial de cualquier vector unitario por sí mismo es 0. El producto de cuaterniones también se puede definir aprovechando su doble naturaleza (escalar, vectorial). Si se representa a un cuaternión como $(s, \vec{v})$ donde s designa la parte escalar y $\vec{v}$ la vectorial, entonces:

$$(s_1, \vec{v}_1)(s_2, \vec{v}_2) = (s_1 s_2 - \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2, s_1\vec{v}_2 + s_2\vec{v}_1 + \vec{v}_1 \times \vec{v}_2),$$

donde $\cdot$ y $\times$ simbolizan el producto escalar y vectorial de dos vectores, respectivamente. Existe una diferencia fundamental entre cuaterniones y vectores: los primeros se pueden dividir. Para entender cómo solo basta recordar que son una extensión de los números complejos, y para dividir por un número complejo lo que se hace es multiplicar por su conjugado y dividir por su módulo. Esta idea es aplicable a los cuaterniones definiendo el conjugado como $q^* = q_0 - q_1 i - q_2 j - q_3 k$. Aunque en principio la división de vectores no está definida, sí se pueden dividir dos cuaterniones cuyas partes escalares son nulas. Por ejemplo: la masa de un cuerpo se puede obtener dividiendo el cuaternión fuerza $(0, \vec{F})$ por el cuaternión aceleración $(0, \vec{a})$.

Las primeras leyes cuantitativas sobre fenómenos eléctricos y magnéticos aparecieron durante la segunda mitad del siglo XVIII. John Michell (1724-1793) concluyó en 1750 que las fuerzas entre imanes variaban inversamente con el cuadrado de la distancia. En 1785, Charles Coulomb (1736-1806) encontró la misma dependencia con la distancia para las fuerzas entre esferas con carga eléctrica.

Pero no se encontraron pruebas experimentales de que la electricidad y el magnetismo eran en realidad dos caras de una misma moneda hasta pocos años antes del nacimiento de Maxwell. Hacia 1807 el físico danés Hans Christian Oersted (1777-1851) comenzó a realizar experimentos para encontrar alguna relación entre la electricidad y el magnetismo, a pesar de que él mismo había demostrado previamente que imanes y cargas eléctricas en reposo no se atraían ni repelían. Pero tuvo que esperar hasta 1819 para encontrar lo que andaba buscando. Ese año realizó un experimento delante de sus alumnos en el que probó que al colocar una brújula cerca de un cable por el que circulaba corriente, la brújula tendía a orientarse perpendicularmente al cable.

Durante 1820 sus ideas se difundieron en varios países europeos. Y el lunes 11 de septiembre de aquel año llegaron hasta la Academia de Ciencias de París. Tan solo una semana después uno de los miembros de esta institución, André-Marie Ampère (1775-1836), presentó una primera memoria donde informaba que dos conductores paralelos por los que circulaba corriente eléctrica se atraían si las corrientes de ambos tenían el mismo sentido y, en cambio, se repelían si las corrientes iban en sentidos opuestos.

A finales de octubre de ese mismo año, dos físicos franceses, Jean-Baptiste Biot (1774-1862) y Félix Savart (1791-1841), publicaron los resultados de experiencias similares a las de Oersted que habían estado realizando. Estos investigadores estudiaron el grado en que se desviaba la aguja de una brújula en función de la distancia a un cable rectilíneo con corriente, encontrando una dependencia con el inverso de dicha distancia. Semanas más tarde Laplace formuló un resultado más general aplicable a cables de corriente con formas arbitrarias que hoy se conoce como «ley de Biot-Savart».

Las experiencias de Oersted, Biot y Savart demostraban claramente que las corrientes eléctricas podían ser el origen del magnetismo. De hecho, en 1822, Ampère postuló que el magnetismo de un imán estaba ocasionado por corrientes microscópicas en su interior. Por lo que diferentes investigadores de la época se hicieron la pregunta inversa: ¿podía el magnetismo generar corrientes eléctricas?

La respuesta afirmativa llegó de forma concluyente en 1831, el mismo año en que nació Maxwell. En agosto, Faraday comprobó con la ayuda de un galvanómetro que justo al abrir o cerrar el

MICHAEL FARADAY

Faraday fue un físico y químico británico nacido en 1791 en el seno de una familia muy humilde que no pudo ofrecerle una buena formación académica. Aprendió leyendo todos los libros de ciencia que caían en sus manos cuando trabajaba como encuadernador. Gracias a esta ocupación conoció al químico inglés Humphry Davy, de la Royal Institution, y se convirtió en su ayudante de laboratorio. Así pudo ejercer finalmente de científico, vivir de ello y publicar más de cuatrocientos trabajos. Entre sus descubrimientos más importantes en física se encuentran la inducción electromagnética, el diamagnetismo, el paramagnetismo, y la rotación del plano de polarización de la luz al atravesar un campo magnético, efecto que lleva su nombre. Introdujo también el concepto de «línea de campo», que sería una pieza clave en la teoría electromagnética de Maxwell. Los cuadernos de laboratorio de Faraday también proporcionaron una información muy valiosa al físico escocés. Además Faraday es conocido por sus aportaciones en el campo de la electroquímica, donde estableció las leyes de la electrolisis e introdujo términos como «ánodo», «cátodo», «electrodo» e «ion». A él se debe también el descubrimiento del benceno, y la licuefacción del cloro. Por último se debe mencionar que Faraday era un divulgador excelente que impartía conferencias para los jóvenes y que en 1825 creó un ciclo de charlas para el público en general conocido como las Conferencias Navideñas de la Royal Institution que han llegado hasta nuestros días y solo dejaron de impartirse durante la Segunda Guerra Mundial.

interruptor de un circuito aparecía corriente eléctrica en un circuito cercano que no estaba conectado a ninguna pila. Esto le hizo pensar que la aparición de magnetismo en el primer circuito cuando se cerraba el interruptor y su posterior desaparición al cesar la corriente eléctrica eran las responsables de la corriente que detectaba en el circuito sin pila. Faraday también se cercioró de que si la corriente del primer circuito no experimentaba cambios no se detectaba ninguna corriente en el segundo circuito. Inspirado por esta experiencia, en octubre de 1831 realizó otro experimento que dejó las cosas aún más claras: al mover un imán cerca de una bobina, se detectaba en ella una corriente eléctrica inducida. Ya era obvio que había una relación mutua entre electricidad y magnetismo. Aunque habría que esperar unas tres décadas para que las leyes que expresaban esa relación fueran formuladas por Maxwell en la forma matemática que hoy se emplea. Por tanto se puede decir que el electromagnetismo moderno nació casi al mismo tiempo que Maxwell y se hizo adulto de su mano.

LA NATURALEZA DE LA LUZ

Una de las preguntas que más ha fascinado a los físicos y, en general, a muchos científicos es ¿qué es la luz? Esta cuestión llegó incluso a suscitar acalorados debates en los que participaron Newton, Maxwell, y Albert Einstein (1879-1955), entre otros. Aunque el siglo que nos ocupa en esta historia es el XIX, es conveniente retroceder momentáneamente hasta 1690, año en que se publicó una obra titulada *Traité de la lumière* (*Tratado de la luz*). En ella, el físico y matemático holandés Christiaan Huygens (1629-1695) relataba cómo podían entenderse algunos fenómenos luminosos suponiendo que la luz se comportaba de manera parecida al sonido. Huygens había ideado una manera geométrica de explicar cómo se propagaban este y otros fenómenos ondulatorios. Él afirmaba que cada punto del medio que era alcanzado por una onda se comportaba como fuente de una onda secundaria (u «ondita») de forma que, transcurrido un tiempo, el frente de onda venía dado por la envolvente de estas ondas secundarias.

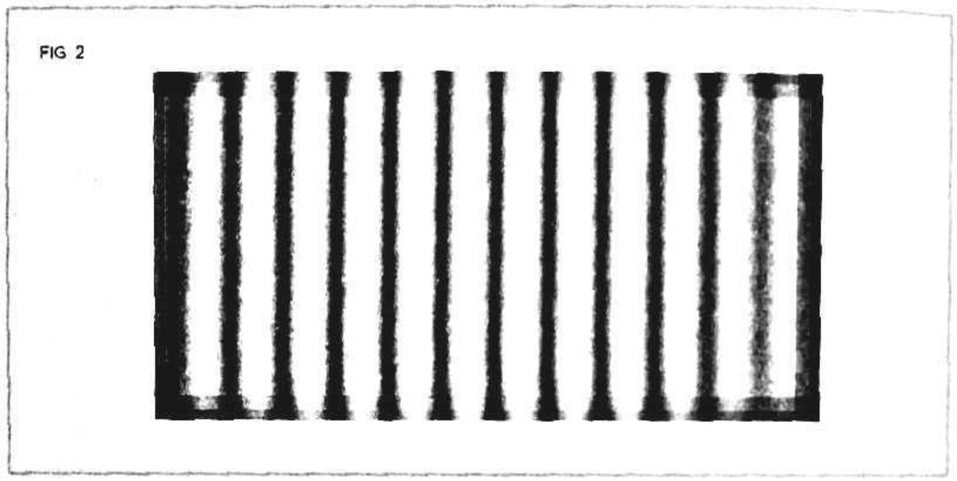
Con este principio que hoy lleva su nombre era capaz de deducir cómo se reflejaba o refractaba la luz al encontrar una superficie de separación entre dos medios. La existencia del color tenía también una explicación sencilla: según su teoría esta propiedad estaba asociada a la longitud de onda. Además Huygens fue capaz de justificar el fenómeno de doble refracción que se observaba cuando la luz pasaba a través de cristales de calcita. Para ello postuló la existencia de la onda ordinaria y la extraordinaria, que viajaban a velocidades diferentes. Pero no pudo aclarar cuál era el origen de esas dos vibraciones porque él suponía que la luz era una onda longitudinal como el sonido y, por tanto, no podía hablarse de vibraciones en diferentes direcciones perpendiculares a la dirección de propagación. Esto era lo que hacía posible la polarización de ondas transversales y lo que distinguía a la onda ordinaria de la extraordinaria.

A pesar de que la teoría ondulatoria de Huygens justificaba con éxito diferentes fenómenos luminosos tuvo que pasar más de un siglo para que empezase a ser aceptada. Esta resistencia se debió en gran medida al prestigio y la autoridad de Isaac Newton, que pensaba que la luz estaba compuesta por pequeños corpúsculos y, por tanto, el comportamiento luminoso podía explicarse con ayuda de las leyes de la mecánica. Para Newton la reflexión de luz en un espejo era algo análogo a lo que en mecánica se conoce como un «choque elástico». Dicho de otro modo: según el padre de la mecánica clásica la luz se comportaba en la reflexión como una pelota que rebotaba contra una pala. La teoría corpuscular también podía explicar por qué las sombras de los objetos eran nítidas. Pero si se intenta ir más allá de estos dos fenómenos, reflexión y formación de sombras, surgen problemas serios. Por ejemplo, si se aplican las leyes de la mecánica para argumentar por qué un rayo de luz se acerca a la normal cuando pasa del aire al agua, se llega a la conclusión de que la velocidad de la luz debe ser mayor en el agua. Hoy se sabe que eso no es cierto.

Y la controversia sobre la naturaleza de la luz quedó aparcada hasta 1800. Aquel año, el médico inglés Thomas Young (1773-

1829) hizo pasar luz monocromática a través de dos rendijas. Si estas eran lo suficientemente estrechas, la luz que las atravesaba originaba una serie de franjas claras y oscuras cuando se proyectaba sobre una pantalla (figura 2). Este patrón de interferencia era similar al que se observaba en la interferencia de las ondas emitidas por dos fuentes puntuales, lo que sugería claramente que la luz era una onda.

Patrón de franjas obtenido en un experiencia de doble rendija con luz de una lámpara de sodio.



Pero entonces surgía otra pregunta: ¿Qué es lo que vibra cuando se propaga una onda luminosa? A finales del siglo XVII ya se sabía que la propagación del sonido provocaba oscilaciones en las «partículas» del aire y así lo hizo constar expresamente Huygens en un pasaje de su obra. Aunque muchas películas de ciencia ficción sigan incluyendo hoy en día escenas de explosiones sonoras en mitad del espacio interestelar, el físico y químico Robert Boyle (1627-1691) ya había demostrado experimentalmente a mitad del siglo XVII que el sonido no podía propagarse por el vacío. Pero la luz sí que podía hacerlo. Por tanto cabía plantearse cuál era el medio que vibraba entonces. Para responder a esta cuestión se recurrió al concepto de «éter», un hipotético fluido extremadamente ligero que ocupaba todo el espacio. Según las teorías de la época, la luz hacía oscilar las partículas de éter lo mismo que el sonido hacía vibrar las moléculas de aire.

Pero a principios del siglo XIX ya había razones de sobra para pensar que la luz era una onda transversal. De hecho, los trabajos

de Etienne Louis Malus (1775-1812) y de David Brewster con luz polarizada eran una prueba más que evidente del carácter transversal de las ondas luminosas. Lamentablemente esto no contribuyó a aclarar las cosas, sino que suscitó más preguntas incómodas, ya que las vibraciones transversales solo podían existir en aquellos materiales que resistían esfuerzos cortantes, y los fluidos no podían hacerlo. En otras palabras: los fluidos se podían comprimir y expandir, y gracias ello transmitían ondas longitudinales como el sonido, pero no podían doblarse. Eso solo lo podían hacer los sólidos. Por tanto, el éter debía tener unas propiedades bastante singulares. Se trataba de un medio intangible, extremadamente liviano, pero que tenía la suficiente rigidez como para poder ser doblado. O sea, ¡el éter era un vacío rígido! Y si tenía propiedades típicas de un cuerpo sólido, ¿cómo podían viajar los planetas y otros cuerpos celestes a través de él sin encontrar ninguna resistencia? Todas estas cuestiones pusieron en serios apuros a los físicos del siglo XIX. Las ecuaciones de Maxwell, como se verá en un capítulo posterior, escondían la clave para poder desprenderse de un concepto tan embarazoso como el éter.

CAPÍTULO 2

Matemáticas y color

Durante su estancia en la Universidad de Cambridge, Maxwell se graduó en matemáticas superando unos exámenes muy duros. Esta formación y su habilidad innata para esta disciplina le permitieron llegar más lejos que otros y logró, con la ayuda de herramientas como la geometría o el análisis vectorial, lo que nadie había sido capaz de conseguir hasta entonces. Maxwell también usó la geometría para describir cómo se combinaban los colores.

Aunque el joven Maxwell había probado sobradamente su habilidad para las matemáticas y las ciencias durante su etapa de formación en Edimburgo, su padre deseaba que siguiera sus pasos y estudiara Derecho. Pero, finalmente, John Clerk Maxwell accedió a que su hijo ingresara en la Universidad de Cambridge en otoño de 1850.

Al principio James fue admitido en Peterhouse, el más antiguo de los *colleges* de Cambridge, que atraía a muchos talentos de las matemáticas de aquella época. De hecho, allí se encontraba su amigo Peter Guthrie Tait, el físico y matemático escocés. Después de instalarse y acomodar una amplia colección de artilugios experimentales que había portado durante el viaje con él, ambos quedaron para tomar el té, charlar, y ponerse al día. Pero, tan solo unos pocos meses después, se trasladó al Trinity College, probablemente persuadido por Forbes, su profesor en Edimburgo, que era amigo del entonces director de dicha institución, William Whewell, filósofo y científico británico.

En Trinity Maxwell tendría más posibilidades de conseguir lo que hoy denominamos un *postdoc* tras la graduación. Además, ese *college* le ofrecía la oportunidad de estar en contacto con académicos brillantes de diferentes áreas del saber, tanto dentro como fuera de la ciencia, lo que seguro resultaba muy estimulante para una mente tan inquieta como la suya. Por Trinity habían pasado previa-

mente filósofos, físicos o poetas de la talla de Francis Bacon (1561-1626), Isaac Newton y Lord Byron (1788-1824), respectivamente.

Durante su estancia en la Universidad de Edimburgo, James se había forjado la reputación de buen matemático, lo que le abrió las puertas de Cambridge y le permitió rodearse de amigos en diferentes disciplinas. Con ellos tenía animadas charlas sobre filosofía, ciencia o moral, pero también sobre temas menos serios, como los naipes, las carreras de caballos o las ciencias ocultas. Su vida social llegó a ser tan animada, que hubo un momento en el que tuvo que empezar a rechazar algunas invitaciones a reuniones y a fiestas.

CIENCIA vs RELIGIÓN

Uno de los debates recurrentes que se daba en las reuniones y tertulias que se celebraban en Cambridge era el de la ciencia frente a la religión. Y fue precisamente en Trinity donde James tendría que buscar la manera de afrontar el conflicto interno entre ciencia y religión, que le acompañaría el resto de su vida. John Maxwell había educado a su hijo en una profunda fe cristiana dentro de la doctrina presbiteriana (una rama del calvinismo de origen escocés), pero con tolerancia a otras doctrinas. Su fe estaba tan arraigada que cualquier fisura que surgiera entre sus creencias religiosas y la ciencia debía ser cuidadosamente examinada. Esto le obligaba a un proceso de reflexión cada vez que algún nuevo descubrimiento científico salía a la luz. Pero Maxwell tenía muy claro que dicho proceso y las conclusiones que de él se derivasen no debían trascender a la esfera pública. Por ejemplo, en 1859, Charles Darwin (1809-1882) publicó *El origen de las especies*, que contenía ideas muy difíciles de encajar con los textos bíblicos. Para tratar de reconciliar ciencia y cristianismo, y combatir la influencia creciente del darwinismo, se fundó en 1865 el Instituto Victoria. Maxwell fue invitado a unirse a esa institución en repetidas ocasiones. En 1875 rechazaría la invitación con estas palabras: «Creo que los resultados a los que llega cada persona en su intento de armonizar ciencia y cristianismo no deben tener ninguna trascendencia, excepto para esa persona».

Charles Darwin.

Transcurrido un año aproximadamente desde su ingreso en Cambridge, Maxwell fue invitado a unirse a un selecto grupo de doce estudiantes conocidos como «los apóstoles», que se consideraban a sí mismos como lo mejor de lo mejor. En sus reuniones uno de los miembros leía un ensayo sobre algún tema, y después se entablaba una discusión en torno al mismo. Los ensayos se caracterizaban en muchas ocasiones más por su forma y estilo que por su fondo. Además, se animaba a los ensayistas a que no se sintieran cohibidos en ningún aspecto si con ello lograban provocar reacciones constructivas entre los oyentes. Los apóstoles constituían una élite intelectual a la que pertenecieron el filósofo Bertrand Russell (1872-1970) o el economista John Maynard Keynes (1883-1946) algunos años después.

En la rutina diaria de su estancia en Cambridge, James también intentaba encontrar tiempo para practicar ejercicio físico, aunque fuese a deshoras. Uno de sus compañeros contaba que, de las dos a las dos y media de la madrugada, corría por el pasillo superior del edificio donde residían, bajaba por las escaleras, atravesaba el pasillo inferior, y volvía a subir. Y así hasta que soliviantaba a los residentes, que terminaban lanzándole objetos como botas o cepillos para el pelo. A pesar de ello, sus compañeros lo describían como alguien alegre, amable y atento. Uno de los estudiantes del Trinity, que no tenía una amistad especial con él, le explicó a su amigo y biógrafo Lewis Campbell:

> Encontrarás muchas pruebas sobre la genialidad de Maxwell y la bondad de su corazón. Todo aquel que le conoció en Trinity puede recordar cierta amabilidad o algún acto que dejó huella imborrable de su bondad en la memoria. Para la palabra «bueno», Maxwell era el mejor ejemplo.

En la misma línea se manifestó años más tarde William Garnett (1850-1932), profesor de Física y Mecánica, experto en alumbrado eléctrico, y que fue seleccionado por Maxwell durante su etapa en el laboratorio Cavendish para que realizara experimentos con los que ilustrar principios físicos. En el obituario de Maxwell, Garnett hizo constar:

> Hay otros aspectos de su personalidad que incluso eclipsaron sus logros científicos. Rara vez nos encontramos con tanta generosidad y consideración como la que él mostraba por todos aquellos que había a su alrededor, y especialmente por aquellos que estaban bajo su responsabilidad.

EL EXAMEN DE GRADUACIÓN

Para estudiantes con habilidades sobresalientes en matemáticas, como Maxwell, Cambridge ofrecía un aliciente adicional: el «Tripos». Este era el nombre que se acuñó en esta universidad para referirse al conjunto de exámenes de graduación, y que originalmente designaba al taburete de tres patas en que se sentaban los estudiantes para hacer las pruebas orales. El Tripos de matemáticas se desarrollaba en dos períodos de cuatro días cada uno. Solo aquellos estudiantes que superaban la fase de los cuatro primeros días podían pasar a la segunda fase. En total debían realizar dieciséis exámenes, que contenían doscientas once preguntas. Para ello contaban con cuarenta y cuatro horas y media. Toda una carrera de obstáculos hacia la excelencia que algunos examinadores podían aprovechar para que los alumnos más brillantes les proporcionasen la solución a problemas matemáticos que rondaban su mente en esos momentos. El Tripos de matemáticas era, en cualquier caso, un examen muy duro, no solo desde el punto de vista intelectual sino también físico. El examen se llevaba a cabo en la Casa del Senado, un imponente edificio barroco con enormes ventanales, pero sin calefacción. El frío y la humedad que soportaban los estudiantes que se examinaban allí eran tan grandes que John Maxwell recomendó a su hijo que se abrigara con un manta mientras realizaba los exámenes.

Para el Tripos, Maxwell contó con la ayuda del preparador William Hopkins (1793-1866), famoso entonces porque muchos de los alumnos a los que ayudaba conseguían alzarse con el primer puesto denominado *Senior Wrangler*. Para superar con éxito el examen de graduación había que ser un virtuoso en el arte de resolver problemas rápidamente. Y para ello era necesario dominar muchos trucos y atajos y evitar equivocaciones. Este no era uno de los puntos fuertes de James.

Cuando Forbes supo que quería presentarse al Tripos, escribió a su amigo William Whewell (1794-1866) para decirle que Maxwell era algo basto, y que sus maneras de enfrentarse a ejercicios académicos tenían que ser pulidas. Hopkins sería el que se ocuparía de esta tarea. Él estaba muy impresionado por el alto grado de conocimiento del joven escocés, pero le horrorizaba lo que denominaba «su estado de desorden». Los sentimientos encontrados de Hopkins hacia Maxwell pueden resumirse en esta afirmación:

> Él es incuestionablemente la persona más extraordinaria que me he encontrado en toda mi dilatada experiencia. Para Maxwell es imposible pensar incorrectamente en temas de física, pero en el análisis (matemático) es más que deficiente.

Afortunadamente, James no se limitó solo a un repertorio de trucos estándar ni permitió que el entrenamiento del «viejo Hops», como él lo apodaba ante sus compañeros, mermara en absoluto su capacidad creativa.

Algunos de los que obtuvieron la distinción de *Senior Wrangler* durante la primera mitad del siglo XIX fueron el matemático y astrónomo George Biddell Airy (1801-1892), el matemático y físico irlandés George Stokes o uno de los matemáticos más prolíficos de la historia, Arthur Cayley. En 1852, lo consiguió Peter Guthrie Tait, con tan solo veinte años.

Maxwell se presentó en 1854. Pero, a pesar de su habilidad con las matemáticas y la física, se tuvo que conformar con el segundo puesto, conocido como *Second Wrangler*. Ese año se alzó con el primer puesto Edward Routh (1831-1907), matemático que también adquirió fama como preparador para el Tripos. Pero quedar el segundo no era ningún deshonor. Algunos años antes, en 1845, lo había sido el físico y matemático William Thomson, a quien se debe una de las formulaciones del segundo principio de la termodinámica. En 1880, lo obtenía el físico Joseph John Thomson (1856-1940), descubridor del electrón y premio Nobel en 1906.

Quienes ocupaban los primeros puestos del Tripos podían competir más adelante por el premio Smith. Los aspirantes debían responder a sesenta y tres preguntas durante los tres días que duraban las pruebas, que se realizaban en el mes de febrero, cuando ya se conocían los resultados del Tripos. En 1854, algunas de las preguntas habían sido propuestas por George Stokes. En particular, una de ellas pedía la demostración de un teorema al que William Thomson había aludido en una carta dirigida a Stokes, y que hoy es conocido como «teorema de Stokes».

Años más tarde, Maxwell mencionó esta circunstancia en una nota al pie de la página 27 del volumen 1 de su obra *A Treatise on Electricity and Magnetism*, un tratado sobre electricidad y magnetismo en el que se incluían también las ecuaciones de la síntesis electromagnética. En esa misma nota también indicaba que la prueba del teorema podía encontrarse en una obra de sus amigos William Thomson y Peter Tait.

GEORGE STOKES

El matemático y físico irlandés George Gabriel Stokes (1819-1903) ingresó en la Universidad de Cambridge en 1837, donde se graduó cuatro años más tarde con la distinción de *Senior Wrangler*. En 1841 también obtuvo el premio Smith. En 1849 ocupó la Cátedra Lucasiana de la Universidad de Cambridge, puesto que mantuvo hasta su muerte. Además fue presidente de la Royal Society, y miembro del Parlamento. En dinámica de fluidos es muy conocida la expresión que dedujo para calcular la fuerza de fricción que ejerce un fluido en régimen laminar sobre una esfera. También da nombre a las ecuaciones en derivadas parciales que describen el movimiento de fluidos newtonianos, las «ecuaciones de Navier-Stokes». Además, Stokes es considerado, junto con William Thomson, uno de los padres del cálculo vectorial. Muchas de sus contribuciones en estos y en otros campos como la óptica no se publicaban, sino que las presentaba directamente en sus clases o conferencias.

Maxwell y Edward Routh quedaron empatados en aquella convocatoria del premio Smith, y por primera vez en la historia de aquel galardón que cumplía ochenta y cinco años, fue concedido *ex aequo*.

EL PRINCIPIO DE UN VIAJE APASIONANTE

Tras graduarse, Maxwell decidió permanecer en Cambridge mientras reflexionaba qué hacer. Consiguió un puesto que conllevaba algunas labores docentes, pero que le permitió seguir en contacto con diferentes actividades universitarias, por las que mostraba especial interés. Había transcurrido poco tiempo desde su graduación cuando Maxwell publicó dos trabajos. Uno de ellos analizaba cómo se deformaban las superficies. El otro, *On Faraday's Lines of Force*, publicado en 1856 versaba sobre el concepto de líneas de campo de Faraday y suponía el comienzo de su viaje por la electricidad y el magnetismo.

Faraday, físico y químico inglés, introdujo el concepto de «línea de fuerza», lo que hoy en día se conoce como «línea de campo», tratando de explicar cómo era posible que los imanes se atrajesen o repeliesen. Imaginó que el espacio que rodeaba a estos objetos se llenaba de líneas de fuerza, que eran como una especie de tentáculos responsables de la interacción entre ellos. Actualmente podemos pensar que esta idea es algo disparatada y adolece de falta de rigor. Ya entonces fue calificada por Sir George Airy como algo confuso e inconsistente. Pero Maxwell estaba impresionado tanto por las experiencias que relataba Faraday como por su franqueza, sentía simpatía y admiración por él, y creía que, si hubiera tenido la oportunidad, habría sido un científico de primer orden. Así lo reconoció, dejándolo escrito, en su tratado sobre electricidad y magnetismo que publicó años más tarde.

A diferencia de Faraday, Maxwell había adquirido una excelente formación en matemáticas con la que trató de dotar a las ideas de Faraday de contenido formal. Para ello Maxwell pensó que las líneas de fuerza de Faraday debían ser como las líneas de corriente de un fluido, que indicaban la dirección de sus partícu-

las cuando pasaban por un punto dado, y también daban una idea de si la velocidad era mayor o menor. En aquellas regiones del espacio donde las líneas de corriente estaban más apretadas, la velocidad era mayor. Por tanto imaginó que el espacio que había en torno a imanes o cargas se rodeaba de un fluido incompresible pero sin peso alguno. La velocidad de este fluido estaba asociada a la intensidad de la fuerza. Los detalles de esta analogía se explican en un capítulo posterior dedicado especialmente al electromagnetismo.

ESTRUCTURA DE LOS ANILLOS DE SATURNO

Desde los tiempos de Galileo, Saturno y sus anillos se habían convertido en todo un misterio para muchos astrónomos, que se preguntaban por qué los anillos de ese planeta no acababan estrellándose contra él o alejándose poco a poco hacia el espacio. Durante el siglo XVIII, el matemático Pierre Laplace había encontrado algunas condiciones bajo las cuales los anillos de Saturno podrían ser estables. Pero su trabajo no llegó al fondo de la cuestión.

Otro de los premios de la Universidad de Cambridge era el premio Adams, que debía su nombre al astrónomo y matemático John Couch Adams (1819-1892), que predijo la existencia del planeta Neptuno a partir de cálculos matemáticos. En 1855 el comité que convocaba el premio Adams anunció que lo otorgaría a aquel que fuera capaz de dilucidar la naturaleza de los anillos de Saturno.

Maxwell aceptó el desafío y comenzó su trabajo justo donde Laplace lo había dejado. Con ayuda de la mecánica newtoniana demostró que era muy improbable que los anillos fueran un sólido continuo, pues la atracción gravitatoria ejercida por el planeta crearía tensiones tan elevadas que dicho sólido no podría soportarlas. La hipótesis de que los anillos fueran un gas o un líquido continuo tampoco parecía factible, porque cualquier perturbación podría acabar dispersándolos. Esto lo probó haciendo uso del análisis de Fourier. Finalmente Maxwell concluyó que los anillos estaban formados por una multitud de pequeños trozos sólidos flotando en el espacio, separados unos de otros, pero mantenidos en grupo por la interacción gravitatoria.

> «La función característica de la física es conducirnos,
> mediante los pasos de demostraciones rigurosas,
> a los confines de lo incomprensible.»
>
> JAMES CLERK MAXWELL, LECCIÓN INAUGURAL EN EL KING'S COLLEGE.

Su ensayo recibió el premio Adams en 1859, cuando ya no se encontraba en Cambridge, y también los elogios del astrónomo George Airy, que lo consideró una de las aplicaciones más notables de las matemáticas. De la misma manera que John Couch Adams pudo «ver» el planeta Neptuno sin necesidad de telescopio gracias a las matemáticas, Maxwell fue capaz de visualizar cuál era la estructura interna de los anillos de Saturno, cuando los telescopios aún no tenían resolución suficiente para ello.

Algunos años más tarde, James fue capaz de ver otra vez más allá de lo que antes nadie había visto sin instrumentación alguna al predecir la existencia de ondas electromagnéticas y de nuevo lo hizo con ayuda de las matemáticas. Pero esta historia es narrada en un capítulo posterior.

En 1895 otro astrónomo, James Keleer (1857-1900), confirmó experimentalmente que la estructura de los anillos de Saturno postulada por Maxwell era correcta. Por desgracia, el físico escocés no pudo disfrutar de este éxito porque falleció dieciséis años antes.

TEORÍA DE LA VISIÓN DEL COLOR

Maxwell estaba fascinado por la naturaleza del color desde su más tierna infancia, cuando con tan solo tres años formulaba preguntas como: «¿Y cómo sabes que eso es azul?». Encontrándose en la Universidad de Edimburgo, su interés por la luz y la óptica despertó de nuevo cuando visitó el laboratorio de William Nicol, que

junto con otros investigadores estaba haciendo rápidos avances en el campo de la instrumentación óptica. Por lo que su profesor Forbes le invitó a colaborar en un estudio sobre la visión de color.

Newton había postulado un par de siglos antes que cualquier color podía obtenerse como mezcla de colores espectrales, aquellos que se obtenían al hacer pasar luz blanca por un prisma. De hecho, los pintores sabían sobradamente que podían obtener una amplia gama de colores mezclando pinturas de color azul, rojo y amarillo (que suelen ser considerados colores primarios por la mayoría en el mundo del arte). Pero no se sabía cuántos colores primarios existían. El médico oculista Thomas Young, el mismo que en 1800 probó que la luz era una onda realizando una experiencia de interferencia luminosa, pensaba que la retina poseía receptores para tres colores y todos los demás se obtenían mediante una combinación de los anteriores. Pero no fue mucho más allá.

En sus primeros estudios, Maxwell y Forbes retomaron esta idea y utilizaron un disco con sectores de diferentes colores que, al girar rápidamente, se mezclaban dando la sensación de que el disco era de un único color.

Inicialmente Forbes propuso utilizar los mismos colores que utilizaban los pintores. Pero al hacer girar el disco no consiguieron obtener el color blanco con ninguna combinación de azul, rojo y amarillo. Desafortunadamente Forbes cayó enfermo y Maxwell no retomó las experiencias sobre la visión del color hasta 1854, tras graduarse en Cambridge.

En esta ocasión, Maxwell introdujo una mejora técnica colocando en el centro del disco un círculo del color que quería reproducir, lo que facilitaba bastante la comparación de la mezcla de colores primarios que se producía al girar la rueda con el color de referencia. Pero el escocés hizo un cambio adicional. Eligió como colores primarios el azul, el rojo y el verde (en lugar del amarillo). El verde también se encontraba entre los tres primarios que había sugerido Thomas Young.

Al repetir la experiencia del disco con estos colores fue capaz de obtener el color blanco utilizando sectores circulares de amplitud casi idéntica. Pero además pudo obtener otros colores variando la

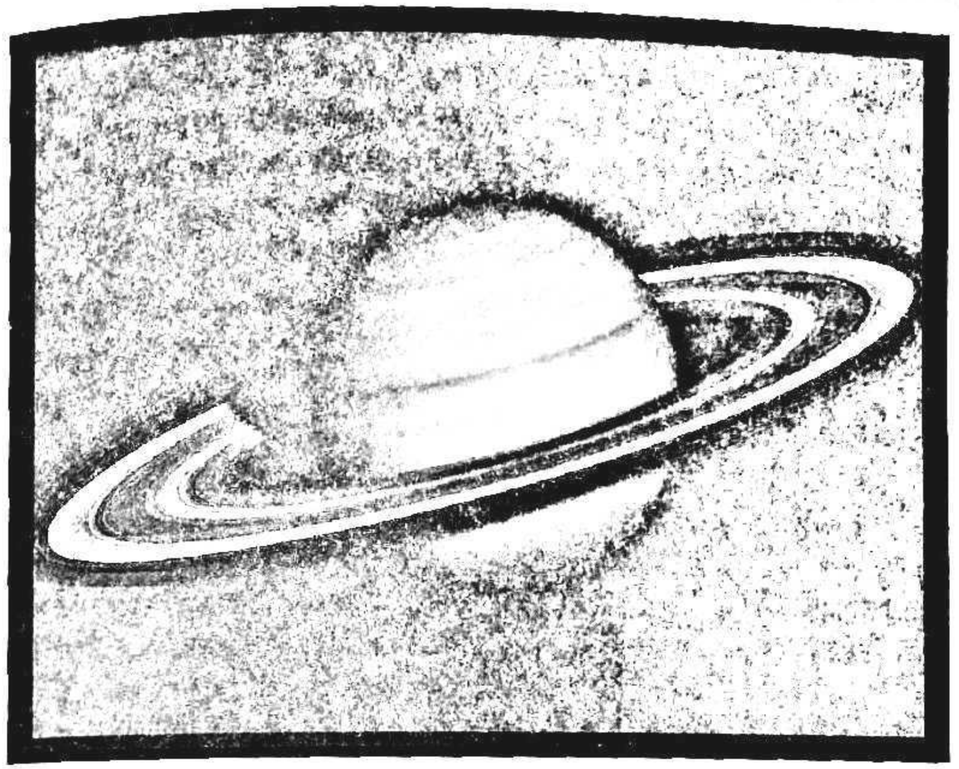
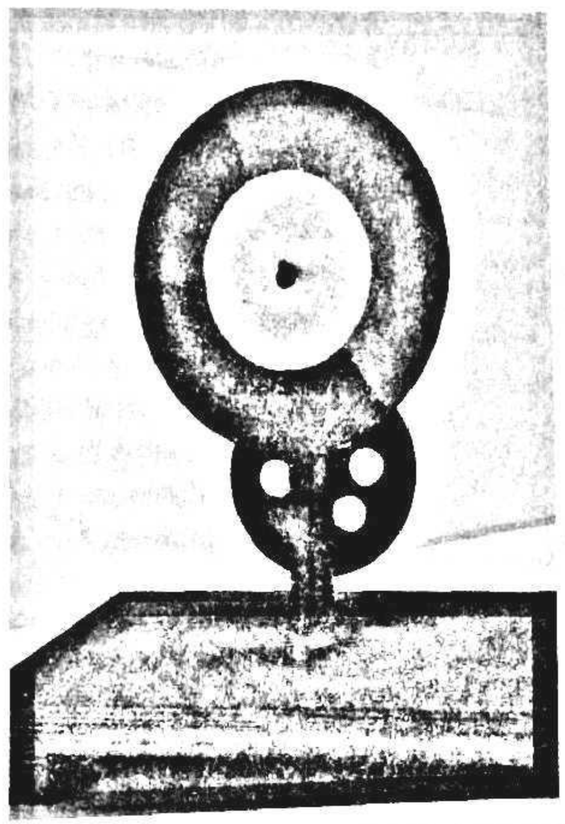


FOTO SUPERIOR:
Maxwell determinó que los anillos de Saturno están formados por un sinnúmero de pequeños cuerpos sólidos que flotan en el espacio.

FOTO INFERIOR IZQUIERDA:
James Maxwell en 1855, cuando aún se encontraba en Trinity. En su mano sostiene el disco que utilizaba en sus experiencias sobre mezclas de color.

FOTO INFERIOR DERECHA:
Disco de Maxwell. Al girar se produce la mezcla de los colores de la corona exterior, que son comparados con el color del círculo central.



proporción de los primarios. Maxwell asignó una terna de valores (r, g, b) a cada color que situaba al centro del disco. Los valores r, g y b correspondían a la fracción de área que ocupaba cada sector según su color: rojo (*red* en inglés), verde (*green*) y azul (*blue*). Como en el caso del blanco la proporción de cada primario era aproximadamente la misma, esa terna podía ser: (1/3, 1/3, 1/3).

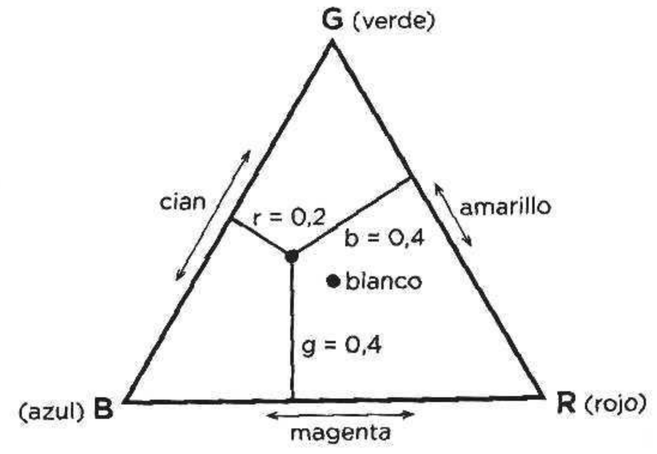
EL TRIÁNGULO DE MAXWELL

Toda la información que recopilaba para diferentes colores mediante este procedimiento experimental se podía representar gráficamente en un triángulo equilátero de altura unidad, en cuyos vértices se situaban los colores primarios, designados por sus iniciales en inglés en mayúsculas, R, G, y B. Y a cada color que era capaz de reproducir se le asignaba un punto dentro del triángulo, que debía situarse a una distancia r del lado opuesto a R (o sea, el lado GB), a una distancia g del lado opuesto a G, y a una distancia b del lado opuesto a B.

El color blanco se localizaba, al menos en teoría, en el baricentro del triángulo. En la figura 1 se muestra como ejemplo un punto del triángulo cuyas coordenadas son $r = 0.2$, $g = b = 0.4$.

Triángulo de Maxwell: El color blanco se sitúa en el baricentro.

FIG. 1



Al usar esta representación geométrica de los colores, lo que Maxwell estaba haciendo realmente era tratarlos como vectores. Es decir, suponía que la mezcla de colores primarios equivalía matemáticamente a una combinación lineal de vectores. Esta representación del color también era equivalente a calcular el centro de masas de tres puntos situados en los vértices del triángulo (R, G, y B) cuyos pesos relativos eran r, g y b. Matemáticamente Maxwell escribía:

$$C = rR + gG + bB.$$

En esta ecuación C designaba el color que se obtenía como combinación lineal de los primarios, y no debe olvidarse que R, G y B no son cantidades escalares, sino colores primarios, o los vértices del triángulo.

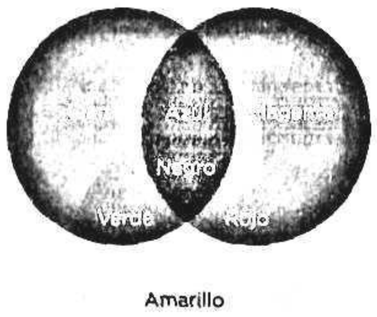
> «Si la geometría o cualquier otra cosa además del álgebra pura es matemáticas, entonces la filosofía natural es y debe ser matemáticas.»
>
> JAMES CLERK MAXWELL, LECCIÓN INAUGURAL EN EL KING'S COLLEGE.

Si se examinan con calma los lados de un triángulo de Maxwell puede comprobarse que a medio camino entre el rojo y el azul está el magenta. Entre el azul y el verde, se localiza el cian. Y entre el verde y el rojo, se encuentran ciertos tonos del amarillo. Estos tres colores, magenta, cian y amarillo son los colores secundarios de lo que hoy en día se conoce como modelo RGB.

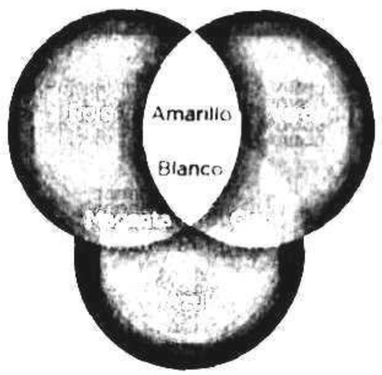
Experimentando con el disco, Maxwell comprobó que había colores que no podían obtenerse con ninguna combinación de los tres primarios elegidos. Aunque halló una ingeniosa manera de asignarle coordenadas cromáticas también a esos colores. Observó que era posible encontrar una mezcla de dos primarios (situados, por ejemplo, en la parte exterior del disco) que fuera equivalente a la mezcla del primario restante con el color incógnita (situado entonces en la parte interna). Por ejemplo, cierta combinación de azul y verde produce la misma tonalidad que una deter-

MEZCLAS ADITIVAS Y SUBSTRACTIVAS

Maxwell, en sus estudios sobre la visión del color, también descubrió que no era lo mismo mezclar luces de colores que pigmentos, como ocurre en el caso de tintes y pinturas. Los pigmentos absorben ciertas regiones del espectro luminoso y el color que se observa es el resultante de las radiaciones que no son absorbidas. Así pues, al mezclar dos pigmentos, disminuye la gama del espectro reflejada. A estas mezclas se les denomina «substractivas», en oposición a las mezclas en las que se superponen diferentes partes del espectro, que se conocen como «aditivas». Las experiencias que realizó Maxwell corresponden a mezclas aditivas. En las mezclas substractivas, los colores primarios son el magenta, el cian y el amarillo (los colores secundarios en el modelo RGB). Cuando se mezclan pigmentos de estos tres colores en proporciones parecidas, el color que se obtiene no es el blanco, sino el negro, porque esa combinación es capaz de absorber prácticamente todas las radiaciones del espectro visible.



Mezcla substractiva



Mezcla aditiva

minada mezcla del rojo con el color C. Matemáticamente se podía escribir:

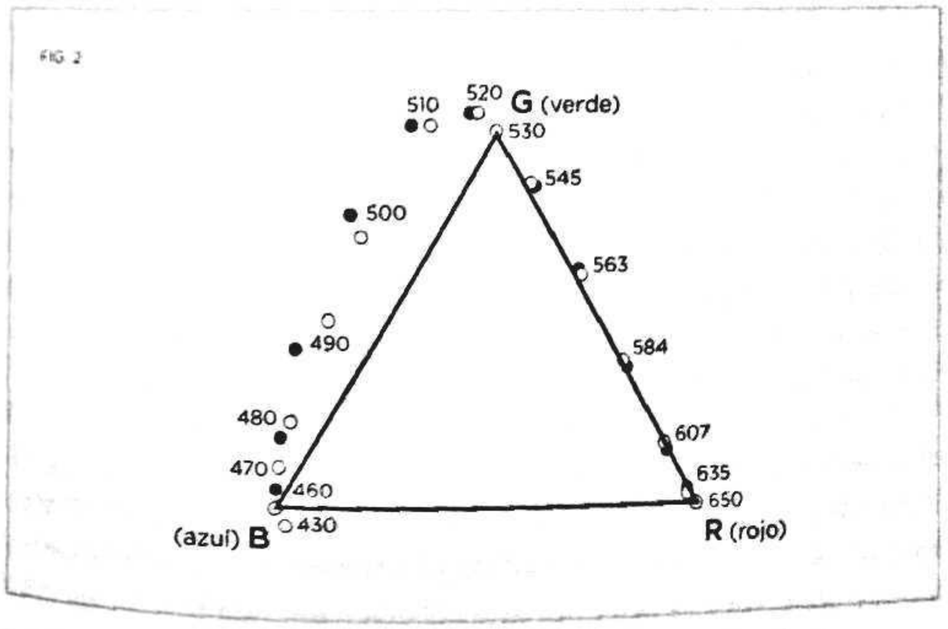
$$cC + r'R = g'G + b'B.$$

Al tratar de despejar C de esta ecuación, el monomio correspondiente a R pasaba al miembro de la derecha con un coeficiente negativo y, por tanto, el punto C que representaba ese color no caía dentro del triángulo, sino fuera.

MAXWELL PERFECCIONA SUS EXPERIENCIAS SOBRE LA VISIÓN DEL COLOR

Maxwell continuó investigando sobre la visión del color algunos años más, incluso después de abandonar Cambridge. Él estaba particularmente interesado en averiguar dónde se situaban los colores espectrales puros, aquellos que se obtenían haciendo pasar la luz blanca por un prisma. Para ello diseñó un artilugio que denominaba «caja del color». La caja tenía tres rendijas, cuya anchura era variable, por la que entraba luz solar. Mediante un ingenioso sistema de prismas y lentes, Maxwell conseguía fundir la componente roja de la primera abertura, con la verde de la segunda y la azul de la tercera en un único haz, que dirigía hacia el ocular por donde miraba el observador. Regulando la anchura de las tres rendijas conseguía tener diferentes proporciones de los tres colores primarios en el haz donde se fusionaban. Al ocular también dirigía la luz del color cuyas componentes r, g y b deseaba conocer.

Maxwell invitaba a amigos y familiares incluyendo a Katherine, la que sería su esposa, a que participaran en sus experiencias sobre el color. De este modo investigó hasta qué punto la percepción del color podía depender de cada individuo. En la figura 2 se muestran las coordenadas cromáticas que Maxwell registró para



Triángulo de Maxwell y situación de los colores espectrales: Los puntos negros corresponden a un observador estándar y los círculos huecos a la esposa de Maxwell. Los números que aparecen junto a los puntos son las longitudes de onda de dichos colores en el espectro visible.

colores espectrales puros en experiencias con Katherine. También se representan las que corresponden a un observador «estándar».

Como se puede apreciar, la percepción del color de su esposa era muy cercana a la del observador estándar. A partir de esta figura también se concluye que los colores espectrales que se encuentran entre el rojo y el verde están muy próximos a la línea *RG*. Sin embargo, ciertos tonos del cian con longitudes de onda comprendidas entre 490 y 510 nanómetros caen claramente fuera del triángulo.

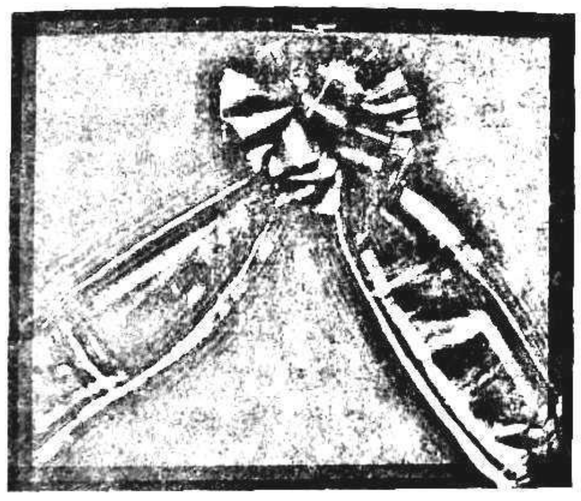
Maxwell se interesó también por la «ceguera del color», anomalía conocida hoy en día como daltonismo. Quiso además examinar el interior del globo ocular, para lo que diseñó su propio oftalmoscopio. Más o menos por la misma época, el médico alemán Hermann von Helmholtz (1821-1894) había fabricado otro y, además, estaba realizando estudios similares sobre la visión del color.

Al principio, los amigos y familiares de Maxwell se mostraban muy reacios a que les apuntase con ese artilugio hacia los ojos, por lo que recurrió a la colaboración de los canes de la familia. Como se ha comentado en el capítulo anterior, entre las habilidades del joven escocés también se encontraba la de amaestrar perros. Maxwell consiguió que estos animales cooperaran pacientemente en la inspección de sus retinas. En la zona central observó una mancha de color amarillo, que resultó tener una sensibilidad mayor, y que hoy conocemos como mácula.

En 1860 Maxwell ganó la medalla Rumford, premio otorgado por la Royal Society, por sus investigaciones sobre la visión de color. También fue invitado a dar una conferencia sobre sus trabajos al respecto en la Royal Institution (organización fundada en 1799 dedicada a la educación y la investigación científica con sede en Londres). Maxwell quería demostrar experimentalmente su teoría sobre la visión del color, pero para ello no le serviría su caja de color, pues a través de su ocular solo podía mirar una persona. Así que ideó otra demostración experimental.

Por aquel entonces la fotografía en blanco y negro ya era una técnica conocida, y proyectar una fotografía sobre una pantalla también era posible. En este contexto, a Maxwell se le ocurrió tomar tres fotografías de una cinta de tartán a través de tres filtros de los colores rojo, verde y azul, y proyectar después esas tres fotografías simultáneamente sobre una pantalla haciendo pasar la luz por los mismos filtros. En esta tarea contó con la ayuda del fotógrafo e inventor Thomas Sutton, colega durante su estancia en el King's College donde Maxwell investigaba en aquel momento. Los asistentes a aquella conferencia, celebrada el viernes 17 de mayo de 1861, tuvieron el privilegio de presenciar la primera fotografía en color de la historia (figura 3). Ese mismo año Thomas Sutton (1819-1875) inventó la cámara réflex de una única lente.

FIG. 3



Reproducción en blanco y negro de la primera fotografía en color proyectada por Maxwell durante una conferencia en 1861. Muestra un lazo en forma de flor hecho con una cinta de tartán, la tela escocesa con cuadros de colores.

Si se observa muy de cerca la pantalla de un televisor encendido con tubo de imagen puede comprobarse que hay una serie de pequeñas rayas de color rojo, azul y verde. Es una prueba de que la teoría de Maxwell tiene aplicaciones en la vida diaria.

En la actualidad, sin embargo, el triángulo de Maxwell no se suele usar en la forma original en que fue concebido. Dado que la suma de las tres componentes cromáticas es igual a la unidad, es posible caracterizar un color con solo dos coordenadas cromáticas. Por ejemplo, si r y g son las dos coordenadas, pueden representarte en un sistema de referencia cartesiano. Esto es equivalente a transformar el triángulo equilátero original en un triángulo isósceles (figura 4) cuyos vértices *R*, *G* y *B* se encuentran los puntos (1,0), (0,1) y (0,0). Los lados *BR* y *BG* se encuentran sobre los ejes de abscisas y ordenadas, respectivamente. Puede apreciarse

claramente que los tonos del cian con longitudes de onda comprendidas entre 490 y 510 nanómetros tienen una coordenada r negativa.

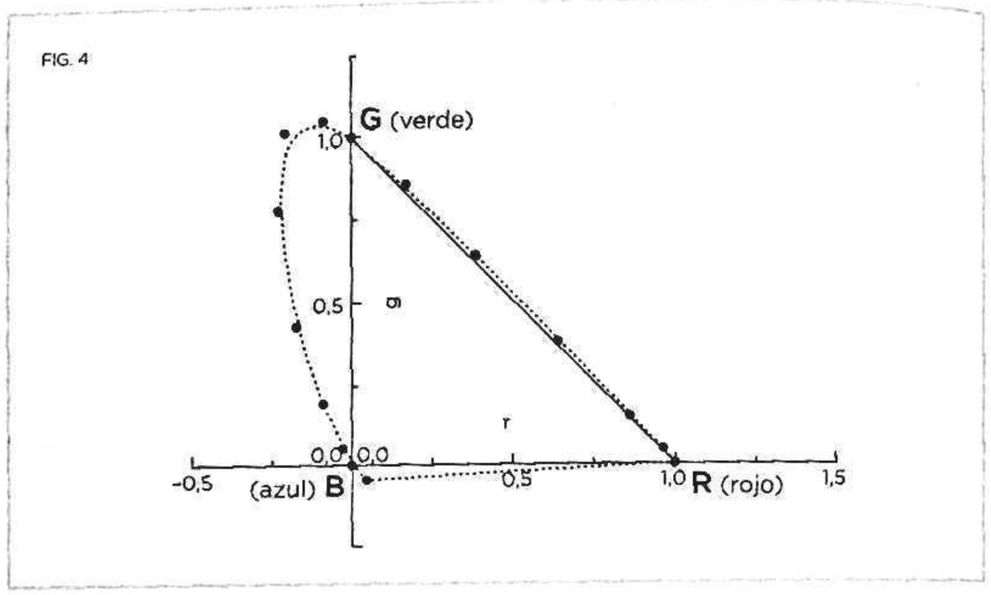


Diagrama cromático en el que se representan las coordenadas *r* (en el eje de abscisas) y *g* (en el eje de ordenadas) de los colores espectrales. El triángulo de Maxwell (*RGB*) es isósceles en esta representación. Los puntos negros corresponden a un observador estándar.

Como el uso de coordenadas cromáticas negativas puede resultar algo incómodo, cabe preguntarse si existe la posibilidad de escoger tres colores primarios de forma que toda la gama de colores que se observe se pueda describir como combinación de estos nuevos primarios sin usar coeficientes negativos. La respuesta es que sí, pero para ello han de usarse colores primarios que se encuentran «fuera» de la gama visible. Esta idea se empleó en el diseño de un espacio de color conocido como CIE (en el año 1931). Como estos colores no son percibidos por el ojo humano, se les designa con las letras X, Y, y Z. Esto podría resultar aún más extraño que emplear coordenadas cromáticas negativas. Pero seguro que Maxwell no tendría ningún problema con ello. En realidad ¡no deja de ser una construcción matemática!

CAPÍTULO 3

Y la estadística llegó a la física

Maxwell consiguió su primer puesto de trabajo como profesor en una modesta universidad de una ciudad costera del nordeste de Escocia llamada Aberdeen, donde pasó cuatro años. Allí conoció a Katherine Mary, con quien se casó. En el trabajo científico más importante de esta etapa Maxwell demostró que la estadística podía establecer una conexión entre el mundo microscópico y macroscópico. Nacía así la física estadística.

En febrero de 1856 James recibió una carta de su antiguo profesor de la Universidad de Edimburgo, James Forbes, en la que le contaba que la cátedra de Filosofía Natural del Marischal College de Aberdeen se había quedado vacante. Forbes pensaba que James era el candidato ideal para ocuparla y no tuvo reparo en hacérselo saber. En otras palabras: le sugería que solicitase aquel puesto.

La propuesta de su antiguo mentor puso a James ante una encrucijada. Si conseguía aquella plaza de profesor, tendría que abandonar Cambridge, una de las universidades con mayor prestigio del mundo, por un lugar muy remoto y apartado. Y aunque Aberdeen era una ciudad importante de Escocia y tenía dos universidades en aquel momento, no se podía decir que fuera «la Cambridge del norte». Pero, por otro lado, la oportunidad de conseguir una plaza de profesor no se presentaba todos los días y con veinticinco años de edad debía ir pensando en su futuro profesional. De hecho, el matemático Peter Tait y el físico William Thomson le llevaban cierta ventaja en ese aspecto. Tait consiguió su primer puesto de profesor con veintitrés años y, Thomson, con veintidós. Además, la plaza en el Marischal College también tenía sus ventajas. El año académico en las universidades escocesas era algo más corto y dispondría de más tiempo para dedicarle a su padre, cuya salud se había resentido bastante. Por lo que finalmente decidió solicitar la plaza. Aproximadamente una docena de aspirantes op-

taron a ella también. Entre ellos se encontraba su amigo Peter Tait, que quería dejar Belfast, donde enseñaba matemáticas en aquel momento.

En marzo se encontró con su padre en Edimburgo. Allí se quedaron algunos días y después viajaron juntos hasta Glenlair, donde habían planeado pasar el final de las vacaciones de Pascua. Pero el 2 de abril su padre falleció repentinamente. Según contaba James en una carta dirigida a su tía, había pasado una mala noche pero se levantó a desayunar como cualquier otro día. Hacia las doce del mediodía, se sentó en una silla del estudio para descansar y ya no se volvió a incorporar. No hubo ninguna señal de sufrimiento.

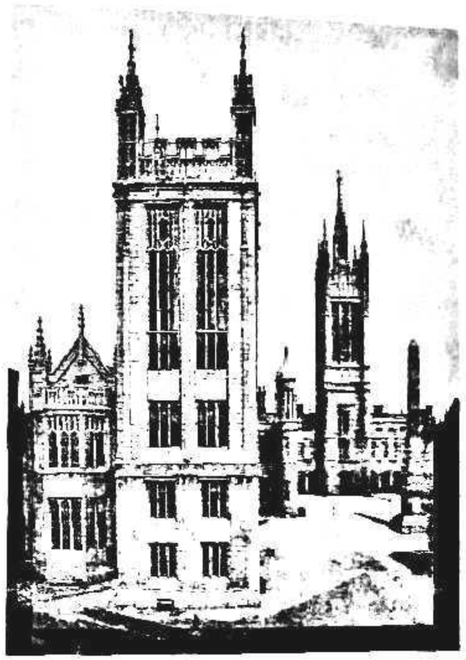
Después del entierro James volvió a Cambridge y aparentemente siguió trabajando como si nada, aunque la pérdida que había sufrido era irreparable. Los dos habían pasado muchas vacaciones juntos y cuando la distancia los separaba, las cartas que se enviaban el uno al otro frecuentemente les permitían seguir compartiendo pensamientos e intereses. James trató de expresar lo que sentía tras la muerte de su padre con ayuda de la poesía. Unas semanas después se enteró de que había conseguido el puesto de profesor en Aberdeen. Cuando las clases en Cambridge estaban prácticamente acabadas, empaquetó sus pertenencias y se despidió del Trinity College con las maletas llenas de utensilios para sus experimentos y la memoria repleta de buenos recuerdos.

Tras pasar el verano en Glenlair ocupándose de la finca, se instaló en Aberdeen en noviembre de 1856. Entonces era costumbre que los nuevos profesores impartiesen la lección inaugural en forma de discurso dirigido a estudiantes y personal de la institución. Maxwell aprovechó aquella oportunidad para contar que su principal objetivo era enseñar a sus alumnos a pensar por sí mismos y que pretendía hacerlo con ayuda de las leyes de la física. Se expresó con estas palabras:

> Confío en que mediante el estudio diligente y cuidadoso de las leyes de la naturaleza escaparemos de los peligros de los pensamientos imprecisos e inconsistentes y adquiriremos el hábito de un pensamiento sano y vigoroso que nos permitirá reconocer el error en todas las formas en que aparece.

ABERDEEN Y EL MARISCHAL COLLEGE

Aberdeen es una población costera del nordeste de Escocia que se localiza a unas 120 millas al norte de Edimburgo. Es por tanto más fría y más oscura que esta. En aquel momento se había convertido en una ciudad próspera y floreciente gracias al comercio, la construcción de barcos, la industria textil y la exportación de granito. Hasta principios del siglo XIX el trazado de Aberdeen se caracterizaba por calles estrechas y serpenteantes, pero en 1801 se inició una reconstrucción a partir de dos calles principales que se cruzaban casi en ángulo recto. Un aspecto singular de esta población era que contaba con dos *colleges*. Estas instituciones se ocupaban de la educación universitaria en el Reino Unido y podían funcionar agrupadas, como si fuesen facultades, o de manera autónoma, como lo hace una universidad actualmente. Los *colleges* de Aberdeen eran independientes y se denominaban King's College y Marischal College. Este último era el más reciente y pretendía proporcionar formación buena, moderna y accesible económicamente. La matrícula costaba entonces unas cinco libras al año y había becas para los estudiantes de nuevo ingreso. Más de la mitad de los alumnos de este *college* provenían de granjas u otras ocupaciones familiares y su principal motivación para matricularse era escapar del estatus social y económico de sus padres.



Marischal College entre 1890 y 1900.

Maxwell no tardó en darse cuenta de que el ambiente en el Marischal College no iba a ser tan desenfadado como el de Cambridge. Él era con diferencia el profesor más joven de la plantilla, cuya edad media rondaba los cincuenta y cinco años. En una carta dirigida a Lewis Campbell se lamentaba de lo siguiente: «Aquí no entienden ninguno de mis chistes. No he contado ni uno en dos meses, y cuando me entran ganas de contar alguno, me muerdo la

lengua». Pero a pesar de tanta moderación el trato con el resto de compañeros era muy cordial.

«No hay método más poderoso para asimilar conocimientos en nuestra mente que presentarlos de tantas maneras diferentes como podamos. Cuando después de penetrar a través de diferentes puertas las ideas se reúnen en la ciudadela de la mente, la posición que ocupan se vuelve inexpugnable.»

James Clerk Maxwell, ***Introductory Lecture on Experimental Physics.***

Dar clase en Aberdeen también ofrecía algunas ventajas. Por ejemplo, allí tenía plena libertad para diseñar el programa de sus asignaturas e incluyó una serie de demostraciones experimentales. Afortunadamente había material para ello gracias al trabajo de su predecesor. La mayoría de los alumnos solo aspiraban a superar sus exámenes, pero esa actitud no desalentaba a James, que se esforzaba para tratar de motivar a sus estudiantes. También impartía clases para adultos, una tradición del Marischal College que estaba encantado de seguir.

MAXWELL COMO PROFESOR

Parece ser que las clases de Maxwell no se podían seguir fácilmente. Aunque era capaz de redactar buenas argumentaciones sobre diversos temas o escribir sentidos poemas, la imaginación y la improvisación no jugaban a su favor en el aula. Las ideas que brotaban de su mente continuamente interferían en el discurso expositivo que trataba de seguir y esto era algo que le costaba mucho trabajo controlar. En la pizarra tampoco tenía soltura. A veces se equivocaba en los cálculos y tenía que dar marcha atrás y corregir. Pero su mala fama como comunicador en el aula se podía achacar principalmente a unas pocas anécdotas puntuales y, paradójicamente, a los comentarios de amigos suyos como Peter Tait y William Garnett, que solían decir que se quedaba sin alumnos, aunque ellos nunca asistieron a sus clases para comprobarlo. Otro factor que podía contribuir a su mala prensa como profesor era que Maxwell no pasaba largos períodos en un mismo lugar. Por ejemplo, en Aberdeen estuvo solo cuatro años, mientras que su antecesor en el cargo había estado treinta y cinco y William Thomson permaneció en la Universidad de Glasgow casi sesenta años. Aunque conviene señalar que Maxwell saltaba de un sitio a otro por diversas circunstancias pero nunca por problemas con estudiantes u otros compañeros.

«Es muy beneficioso para los estudiantes de cualquier disciplina leer los primeros documentos que haya sobre ella. La ciencia siempre se asimila mejor cuando se encuentra en estado naciente.»

James Clerk Maxwell, ***A Treatise on Electricity and Magnetism.***

En cualquier caso, lo que sí se puede afirmar rotundamente es que tenía una auténtica vocación de profesor y no le faltaban algunas cualidades necesarias para la profesión. Su entusiasmo, su interés por las asignaturas que impartía, su autoridad, sus brillantes ideas y su respeto e incluso cariño por sus alumnos le habrían convertido en un profesor excelente si hubiese permanecido en alguno de los lugares en que impartió clase el tiempo suficiente para vencer los impedimentos mencionados. Maxwell era además consciente de que generar conocimiento era solo una parte de su tarea. Transmitirlo era la otra, e igualmente importante. En esto coincidía plenamente con Faraday. La educación fue por tanto una de las mayores motivaciones en su vida profesional.

Uno de sus alumnos en el Marischal College fue David Gill (1843-1914), que llegó a tener cierto renombre como astrónomo. Gill reconocía que Maxwell «no era un profesor excelente [...] pero sus enseñanzas marcaron toda mi vida». También contaba que, después de las clases, el físico se quedaba en el aula durante varias horas con todos aquellos alumnos que querían hacerle preguntas sobre el tema del día, o sobre cualquier otro que los mismos estudiantes propusieran. Además, les mostraba instrumentos que ideaba y con los que estaba experimentando en aquel momento, como la caja del color. «Eran horas del más puro deleite para mí», decía Gill, quien nunca desaprovechó la oportunidad de elogiar la labor docente de Maxwell.

KATHERINE MARY

Según contaban Lewis Campbell y William Garnett en la biografía que escribieron, en 1857 Maxwell visitaba frecuentemente la casa del director del Marischal College, el reverendo Daniel Dewar (1788-1867). Su familia disfrutaba tanto de la compañía de James que incluso lo invitaron a pasar unas vacaciones con ellos. Así conoció a la hija del reverendo, Katherine Mary Dewar (1838-1858), con quien acabó casándose el 2 de junio de 1858. Su amigo Lewis Campbell fue su padrino de boda. Pasaron la luna de miel en Glenlair, donde se quedaron varios meses aprovechando las vacaciones veraniegas.

A Katherine y a James les encantaba pasear juntos y montar a caballo. También compartían su afición por la literatura y por la teología. La familia de Katherine le había inculcado fuertes creencias religiosas, que quedaron reflejadas en el retrato en el que ella aparece junto a Maxwell y su perro Toby. En esa escena vestía de negro y llevaba en el cuello una cruz que se podía apreciar sin esfuerzo. Pero, además de nutrir la vida espiritual de James, Katherine también le ayudaba en algunos de los estudios que realizaba en casa como, por ejemplo, los experimentos sobre la visión del color o sobre la viscosidad de los gases. A pesar de ello, no llegó a integrarse en el círculo científico de Maxwell. Katherine se había casado con James por sus cualidades personales, no para tener acceso a la élite científica de aquel momento. En verdad, cuanto más famoso se hacía Maxwell, más difícil era disfrutar juntos de privacidad.

MAXWELL SE MARCHA DE ABERDEEN

En noviembre de 1859 Maxwell supo que su antiguo profesor James D. Forbes había dejado su plaza en la Universidad de Edimburgo para hacerse cargo de la dirección de la Universidad de St. Andrews, la más antigua de Escocia. Esta vacante era una oportunidad de las que se presentan una vez en la vida para que Maxwell pudiera trabajar en la Universidad de Edimburgo, probablemente la más prestigiosa de Escocia y en la que él había pasado sus pri-

FOTO SUPERIOR IZQUIERDA:
Maxwell, junto con su esposa Katherine Mary y su perro Toby en 1869.

FOTO SUPERIOR DERECHA:
El físico y matemático Rudolf Clausius, uno de los padres de la termodinámica.

FOTO INFERIOR IZQUIERDA:
Maxwell rondando los treinta años de edad.

FOTO INFERIOR DERECHA:
El físico James Davis Forbes, amigo de Maxwell.

meros años de formación universitaria, por lo que solicitó la vacante. Pero también competían por ella dos conocidos: su amigo Peter Tait y E. J. Routh, el que había «robado» a Maxwell la distinción de *Senior Wrangler* en 1854 y con quien había compartido el premio Smith de ese año. No lo tenía nada fácil y, de hecho, Tait consiguió el puesto en esta ocasión. Su compañero de la infancia logró así el sueño que perseguía desde hacía algunos años y ocupó aquella plaza hasta 1901.

Pero aunque no ganó la plaza en Edimburgo, a Maxwell no le quedaba mucho tiempo en el Marischal College. Aberdeen contaba en aquellos tiempos con dos universidades, hecho realmente anómalo porque en toda Escocia solo había cinco universidades, y ciudades más grandes como Glasgow o Edimburgo tan solo tenían una. Finalmente la comisión encargada de estudiar la cuestión propuso fusionar el Marischal College y el King's College de modo que en cada área de conocimiento quedase un único profesor. Y la cátedra de Filosofía Natural fue asignada a David Thomson (1817-1880), el homólogo de Maxwell en el King's College de Aberdeen. Por lo que en 1860 James perdió su puesto de trabajo.

Afortunadamente, en el King's College de Londres quedó una plaza vacante y Maxwell pudo hacerse con ella. Katherine Mary y él pasaron de nuevo el verano en Glenlair. En el mes de septiembre, cuando les quedaba poco tiempo para que empezara el curso académico, James contrajo la viruela y Katherine lo cuidó mientras estuvo convaleciente. Poco tiempo después hicieron las maletas y se marcharon a Londres.

Durante los años que pasó en Aberdeen, Maxwell maduró considerablemente tanto en el ámbito profesional como personal. Mientras que estuvo en Cambridge, sus grandes preocupaciones eran académicas. Allí no tenía que impartir muchas clases y se sentía arropado por una élite intelectual que en muchos aspectos lo aislaba del resto del mundo. Fue en Aberdeen donde inició su verdadera carrera docente y aprendió a dar clase a muchachos de estratos sociales muy diferentes cuyas inquietudes no tenían mucho que ver con cuestiones puramente intelectuales. Durante ese tiempo, Maxwell tuvo además que ocuparse de Glenlair porque su padre ya no vivía para hacerlo.

MATEMÁTICAS Y POESÍA

Desde que James aprendió a escribir le encantaba jugar con las palabras. Pero los poemas que escribió a lo largo de su vida iban mucho más allá de una mera diversión. En realidad, son considerados por expertos como un cuerpo literario que permite explorar la imaginación y las preocupaciones más íntimas de este genio de la física. Su obra poética comenzó a ser importante durante su estancia en Cambridge. En los primeros poemas que escribió estando allí el joven matemático trataba de expresar cómo se veía a sí mismo y cómo percibía el mundo que lo rodeaba. En aquellos momentos no compartía ni publicaba sus creaciones literarias. Después de graduarse en Cambridge inició una segunda etapa en la que intentaba conjugar poesía y matemáticas. También meditaba sobre su matrimonio y sobre sus deberes como educador y científico. En su última etapa, se enfrentó al conflicto interno entre ciencia y religión con ayuda de la poesía, y abordó temas como la teoría de la evolución o el materialismo científico. Uno de los poemas que más claramente revela el ingenio con el que era capaz de fusionar poesía y matemáticas es *A Problem in Dynamics*, escrito en 1854. Maxwell describía en él las fuerzas que intervenían cuando se tiraba de una cadena por su uno de sus extremos y la forma que esta adoptaba. El poema comenzaba con estas estrofas:

An inextensible heavy chain
Lies on a smooth horizontal plane,
An impulsive force is applied at A,
Required the initial motion of K.
Let ds *be the infinitesimal link,*
Of which for the present we've only to think;
Let T *be the tension, and* T + dT
The same for the end that is nearest to B.

Al leerlo sin traducir se aprecia la métrica y la rima entre versos. En el mismo poema, James jugaba con la palabra *chain* (cadena). Por ejemplo, mencionaba que la solución se obtenía a partir de una cadena de ecuaciones acopladas, y hacía referencia a la regla de la cadena que se utilizaba para calcular derivadas, *when the chain forms a circle* (cuando la cadena forma un círculo).

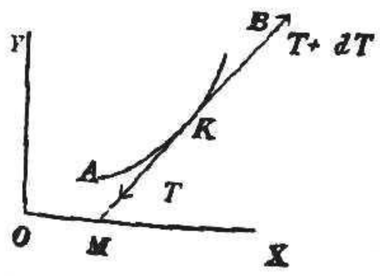


Gráfico que ilustra el poema *A Problem in Dynamics* en el libro *The Life of James Clerk Maxwell* de James Campbell y William Garnett (1882).

DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES MOLECULARES

Durante el siglo XIX se consolidó la idea de que el calor era una forma de energía asociada al movimiento de las partículas que constituían los cuerpos. En la época que Maxwell pasó en Cambridge y en Aberdeen, el físico alemán Rudolf Julius Emmanuel Clausius (1822-1888) hizo avances importantes en la teoría cinética de los gases y encontró una ecuación que ligaba la presión y el volumen de un gas con la energía cinética media de sus moléculas. Al tratar de justificar con aquella expresión los valores de presión que un gas ejercía a temperatura ambiente, concluyó que las moléculas del gas debían de moverse muy rápidamente.

Pero había un hecho experimental que parecía contradecir la posibilidad de velocidades tan altas: cuando se abría un frasco que contenía un gas que olía, podían pasar bastantes minutos antes de que el olor se dispersara por el recinto en el que se encontraba. Para tratar de justificar esta aparente contradicción, Clausius imaginó que las moléculas del gas chocaban continuamente unas con otras, de tal manera que se desviaban una y otra vez de su trayectoria original. A la distancia media entre dos choques sucesivos la denominó «camino libre medio», también conocida como «recorrido libre medio». Este parámetro debía de estar estrechamente relacionado con el tamaño de las moléculas, por lo que podría utilizarse para obtener su radio aproximado. Como Clausius hablaba de «energía cinética media» o de «recorrido libre medio», se podría pensar que estaba intentando hacer una descripción estadística de la colectividad que formaban las moléculas del gas. Pero, en realidad, no asignaba velocidades diferentes a las moléculas. Simplemente suponía que todas las moléculas se movían con una velocidad idéntica a la velocidad media.

En 1859, James leyó los trabajos de Clausius y sus ideas llamaron poderosamente su atención. Según cuenta uno de sus biógrafos, Basil Mahon, Maxwell explicaba a su amigo Peter Tait el problema de la difusión en estos términos: «Si vas a 17 millas por minuto y cambias de dirección 1 700 000 000 veces por segundo, ¿dónde estarás en una hora?». James se propuso abordar esta cuestión pero quiso prescindir de la condición de que todas las moléculas se movieran a la misma velocidad con la ayuda del concepto de probabilidad. Sus profesores William Hamilton y James Forbes ya le habían enseñado algunas nociones sobre el cálculo de probabilidades durante su período de formación en Edimburgo. Y en su entrenamiento para el Tripos de Cambridge también se encontró con problemas de ese tipo. Por lo que se sentía capacitado para aplicar sus conocimientos sobre estadística y probabilidad.

Partiendo de hipótesis muy sencillas y empleando un razonamiento simple, Maxwell logró calcular la fracción de moléculas cuya velocidad tenía un módulo comprendido entre v y un valor muy próximo $v + dv$. Dicha fracción de partículas la designó como $f(v)dv$, donde la función $f(v)$ era conocida como densidad de probabilidad. Si m y T simbolizaban la masa de las moléculas del gas y la temperatura absoluta respectivamente, Maxwell encontró que la función $f(v)$ venía dada por:

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{-mv^2}{2kT}\right),$$

donde k era una constante que se obtenía al dividir la constante de los gases ideales por el número de Avogadro, cuyo valor fue estimado a principios del siglo XX. Esta era la primera vez que se utilizaba una distribución estadística para describir el movimiento de una colectividad de moléculas.

La deducción que empleó Maxwell para encontrar esta expresión estaba restringida a moléculas monoatómicas sin estructura interna que además no interaccionaban entre sí. El físico austriaco Ludwig Boltzmann la extendió al caso de moléculas compuestas por varios átomos sometidas a un campo externo, como el gravitatorio. También probó que toda distribución de velocidades que no obedeciera inicialmente a la forma propuesta por Maxwell tendía a ella con el transcurso del tiempo como consecuencia de las colisiones moleculares.

Si se revisa de nuevo la forma funcional de la distribución de velocidades de Maxwell y se tiene en cuenta que la energía cinética de las moléculas es $E_c = mv^2/2$, el término exponencial que aparece en ella puede escribirse como $\exp(-E_c/kT)$. Esta exponencial hace

LUDWIG BOLTZMANN

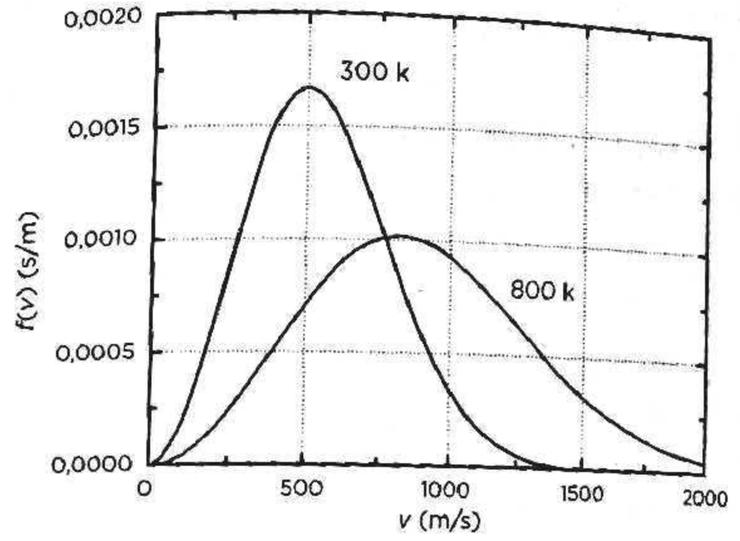
Boltzmann nació en Viena en 1844. Estudió Física y Matemáticas en la universidad de esta ciudad, donde también se doctoró en 1866. Su tesis doctoral fue dirigida por el físico y matemático Josef Stefan, para quien trabajó como ayudante. Como profesor pasó por varias universidades del mundo germánico y llegó a conseguir la plaza que había ocupado previamente Josef Stefan en la Universidad de Viena. Boltzmann es considerado uno de los padres de la física estadística. Estableció la relación entre la entropía, empleada en termodinámica para caracterizar el grado de desorden de un sistema y simbolizada por la letra *S*, con el número de «microestados» correspondientes al estado macroscópico, que designaba como *W*. La fórmula que relacionaba ambos conceptos y le hizo famoso es $S = k \ln W$, donde *k* es la constante de Boltzmann. Según esta expresión los estados más desordenados eran también los más probables. De hecho, Boltzmann pensaba que un sistema aislado cuyas moléculas colisionaban continuamente tendía a estados de mayor desorden molecular. Pero además creía que no existían leyes fundamentales de la mecánica que prohibiesen procesos en los que disminuyese el grado de desorden de un sistema. Si no se observaban estos fenómenos era solo por una cuestión de probabilidad. En esta idea coincidía con Maxwell. Aunque gozó de cierto reconocimiento académico, el trabajo de Boltzmann también fue duramente criticado. Algunos historiadores piensan que esto le empujó al suicidio que acabó con su vida el 5 de septiembre de 1906. La naturaleza molecular de la materia, una hipótesis en la que Boltzmann confiaba firmemente, fue confirmada por estudios sobre el movimiento browniano en suspensiones coloidales que realizaron Albert Einstein primero y el físico francés Jean Baptiste Perrin algunos años más tarde. Estos estudios también sirvieron para conocer con precisión el valor de *k*.

por tanto que la probabilidad de encontrar moléculas con energías cinéticas mucho más grandes que kT sea muy pequeña. Un factor muy similar a este aparece casi por doquier en muchas expresiones de física estadística, $\exp(-E / kT)$, donde E puede designar a la energía mecánica de una molécula o de toda una colectividad. A esta exponencial tan frecuente se le suele denominar «factor de Boltzmann». El producto kT que aparece en él sirve de referencia en el mundo microscópico para caracterizar la energía asociada

al movimiento caótico de las moléculas. De hecho, según la teoría cinética de los gases, este producto es proporcional a la energía cinética media de las moléculas.

La figura 1 muestra el aspecto de la distribución de velocidades para un gas monoatómico a dos temperaturas diferentes. Como se puede apreciar la altura, la posición y la anchura del máximo de esta función dependen de la temperatura.

FIG. 1



Distribución de velocidades moleculares de Maxwell para el gas neón a dos temperaturas: 300 K y 800 K.

LA CONEXIÓN ENTRE LO MICROSCÓPICO Y LO MACROSCÓPICO

En su aplicación directa la distribución de Maxwell permite averiguar qué fracción de moléculas tienen velocidades comprendidas en un intervalo determinado. Para ello, solo hay que integrar esta función en el intervalo deseado. Pero, en realidad, sirve para mucho más: es una herramienta muy potente para poder averiguar cosas sobre el mundo microscópico de las moléculas a partir de magnitudes físicas que se pueden medir en un laboratorio. Veamos algunos ejemplos:

- En primer lugar, se puede obtener la velocidad media de las partículas:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \ .$$

Esta expresión relaciona la temperatura con la velocidad de las moléculas. Con los datos que hoy en día se conocen, es posible calcular que una molécula de neón de un gas que se encuentre a 25 °C se mueve a una velocidad media superior a los 560 metros por segundo. Por tanto, la sospecha de Clausius de que las moléculas se movían muy rápidamente entre dos colisiones era cierta.

- También es posible calcular $\overline{v^2}$, que permite saber cuál es la energía cinética media de las moléculas:

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT.$$

Como se puede ver, la energía cinética media de las moléculas del gas es directamente proporcional a la temperatura absoluta a la que se encuentra. Este resultado fue una de las piedras angulares de la teoría cinética de los gases. Pero conviene recordar que esta expresión solo es válida para moléculas monoatómicas. Para otras moléculas también se da proporcionalidad entre energía cinética media y temperatura, pero la fracción 3/2 se sustituye por otros valores que dependen de la naturaleza de las moléculas del gas.

La distribución de velocidades de Maxwell y la obtención de $\bar{v}$ y $\overline{v^2}$ aparecieron por primera vez en el artículo «Illustrations of the Dynamical Theory of Gases», publicado en 1860. En este mismo trabajo Maxwell también derivó una expresión que permitía relacionar el recorrido libre medio de las moléculas, l, con su radio, r y la concentración a la que se encontraban, n, que era un parámetro macroscópico. Esta relación resultó ser:

$$l = \frac{1}{\sqrt{2}n \cdot 4\pi r^2}.$$

Como se podía esperar, cuanto más grande era la concentración de moléculas o la sección eficaz de las mismas, $4\pi r^2$, más pequeña era la distancia que recorrían entre choques.

Pero Maxwell no se detuvo ahí y estudió desde un punto de vista microscópico lo que actualmente se denominan «fenómenos de transporte». Con ayuda de ciertas hipótesis adicionales encontró relaciones matemáticas muy sencillas que ligaban las propiedades macroscópicas que caracterizaban esos fenómenos con $\bar{v}$ y l, y por tanto con la distribución de velocidades que él había deducido. Por ejemplo, los coeficientes de difusión y de viscosidad de un gas, D y η respectivamente, venían dados por:

$$D = \frac{1}{3}\bar{v}l$$

$$\eta = \frac{1}{3}nm\bar{v}l.$$

Con la segunda de estas expresiones y los valores de viscosidad que habían sido medidos por George Stokes, Maxwell fue capaz de estimar por primera vez el recorrido libre medio de las «moléculas del aire», que según sus cálculos era de 1/447 000 pulgadas. Pero además la expresión que había deducido para el coeficiente de viscosidad conducía a una predicción curiosa: la viscosidad de los gases era independiente de la presión y de la concentración de partículas. Eso se debía a que al aumentar n disminuía el recorrido libre medio de forma que el producto nl permanecía constante. Con la ayuda de Katherine Mary, Maxwell hizo medidas de viscosidad de gases que confirmaban esa predicción. Eso era todo un éxito, aunque había algunos aspectos en los que la teoría no parecía funcionar tan bien. Por ejemplo, dado que $\bar{v}$ aumentaba con la raíz cuadrada de la temperatura, la viscosidad también debería hacerlo. Pero las medidas que el matrimonio realizó parecían indicar que la viscosidad aumentaba linealmente con la temperatura.

Esta discrepancia podía atribuirse a algunas de las hipótesis que Maxwell había empleado para deducir aquellas expresiones tan sencillas de los coeficientes de transporte. De hecho, Clausius le envió algunas críticas y correcciones a su trabajo. Por ejemplo, el físico alemán le recordó que su distribución de velocidades era

estrictamente válida en condiciones de equilibrio. Pero los fenómenos de transporte podían encontrarse lejos de esta situación ya que requerían que hubiese gradientes de ciertas magnitudes. Por tanto, las ecuaciones que había deducido Maxwell para los coeficientes de difusión, viscosidad o conductividad térmica proporcionaban solo valores aproximados. En 1866 el científico escocés publicó un segundo trabajo en el que trataba de perfeccionar y corregir algunos de los resultados previos que había obtenido.

DIFUSIÓN MOLECULAR

Cuando una sustancia no está homogéneamente distribuida en el espacio sus moléculas tenderán a moverse de las regiones donde están más concentradas a aquellos lugares donde su concentración es menor. Este proceso se conoce como «difusión molecular». En un punto dado, el flujo de moléculas por unidad de tiempo y área es proporcional al gradiente de concentración y la constante de proporcionalidad de esta relación fenomenológica conocida como «ley de Fick» es el coeficiente de difusión, D. La ley de Fick tiene por tanto la misma forma matemática que la ley de Fourier. Y la distribución espacio-temporal de moléculas $n(x, y, z, t)$ se rige por una ecuación diferencial formalmente idéntica a la que encontró Fourier para la temperatura en sus estudios sobre la propagación del calor:

$$\frac{1}{D}\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2}.$$

A partir de las soluciones de esta ecuación diferencial es posible calcular la distancia cuadrática media de las moléculas en función del tiempo t, que viene dada por la siguiente expresión:

$$\left(\overline{r^2}\right)^{1/2} = \sqrt{6Dt}.$$

Muchas moléculas tienen coeficientes de difusión del orden de 10^{-5} m^2s^{-1}. Usando este valor, la expresión anterior permite estimar la distancia media a la que encuentran cuando ha transcurrido cierto tiempo. Por ejemplo, transcurrida una hora estas moléculas habrán recorrido unos 50 centímetros. Pero no se debe olvidar que esta cifra es solo una media, por lo que habrá moléculas a distancias mayores y menores. De esta manera se da respuesta al problema sobre el fenómeno de difusión que Maxwell planteaba a su amigo Tait en una carta.

A pesar del carácter aproximado de algunas de las expresiones matemáticas que había obtenido, el trabajo de Maxwell mostraba el camino a seguir en una nueva rama de la física conocida como «física estadística». Funciones de distribución como la que encontró el físico y matemático escocés acabaron siendo la clave para poder predecir propiedades mecánicas, termodinámicas, eléctricas y magnéticas de diversos materiales a partir del comportamiento de sus moléculas.

EL DEMONIO DE MAXWELL

Uno de los enunciados del segundo principio de la termodinámica afirma que, de manera espontánea, el calor siempre se transfiere de cuerpos calientes a fríos. La experiencia cotidiana no parece contradecir este principio. Si el calor pudiese pasar de un recinto frío a otro más caliente espontáneamente no sería necesario conectar la nevera ni el aparato de aire acondicionado.

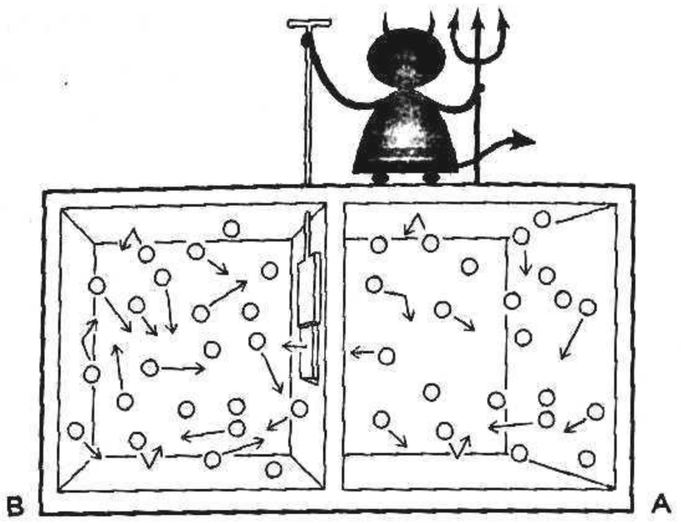
Este enunciado de la segunda ley de la termodinámica fue formulado por Rudolf Clausius en 1850. Pero en diciembre de 1867, Maxwell escribió una carta a Peter Tait, en la que le planteaba una situación hipotética que cuestionaba este principio. Era la primera vez que Maxwell mencionaba a un ser inteligente que podía conocer la posición y velocidad de todas las moléculas de un gas con una simple inspección y que hoy se conoce como el «demonio» o el «diablillo» de Maxwell. Algunos años después, el físico escocés lo describía así en su libro *Theory of Heat*:

> Hemos visto que las moléculas de un recipiente lleno de aire a temperatura uniforme se mueven con velocidades que en modo alguno son uniformes, aunque la velocidad media de un número muy grande de ellas escogidas arbitrariamente es prácticamente la misma. Ahora supongamos que el recipiente que las contiene está dividido en dos partes, A y B, por una pared que tiene un pequeño agujero y que un ser puede ver las moléculas y abrir o cerrar el agujero para que desde A hasta B pasen únicamente las moléculas más veloces y

desde B hasta A solamente las más lentas. Este ser elevará la temperatura de B y disminuirá la temperatura de A sin gasto de trabajo, en contradicción con la segunda ley de la termodinámica.

El demonio de Maxwell.

FIG. 2



Tres años después William Thomson escribió un artículo en el que hacía uso de un ejército de estos seres, a los que denomina «demonios», y con este nombre el pequeño ser que había ideado Maxwell pasó a formar parte de la historia de la ciencia. Después vinieron otros seres imaginarios igualmente famosos, como el gato de Schrödinger.

Tait llegó a pensar que aquel pequeño ser podía acabar con el segundo principio de la termodinámica. Pero, más allá de lo puramente anecdótico, es importante señalar que el verdadero objetivo de Maxwell no era cuestionar la validez de esta ley sino poner de manifiesto su carácter estadístico. Dicho de otro modo: Maxwell quería dar a entender que no había ninguna ley de la mecánica que impidiera que en algún momento todas las moléculas con velocidad superior a la media se encontrasen en una de las mitades de un recipiente mientras que el resto, con velocidades por debajo de la media, estuviesen en la otra mitad. Con un número elevado de moléculas esto era algo muy poco probable, pero no imposible. Pero en el caso de una vasija que contuviese un número muy pequeño de moléculas no resultaba tan impensable imaginar que aquellas con velocidades superiores a la media se encontraran en algún momento en una mitad de la vasija y todas las demás moléculas en la otra mitad. El matemático, físico y filósofo francés Henri Poincaré (1854-1912) expresaba una idea parecida con estas palabras: «Para ver pasar calor de un cuerpo frío a uno caliente no es necesario tener la agudeza visual, la inteligencia y la destreza del demonio de Maxwell, solo hay que tener la suficiente paciencia».

En cualquier caso, este demonio fue objeto de controversia durante décadas. La polémica empezó a disiparse con los trabajos de físico húngaro Leo Szilard (1898-1964), conocido por haber descubierto la reacción en cadena que tiene lugar en procesos de fisión nuclear y por haber participado en el Proyecto Manhattan. A principios del siglo xx, Szilard estudió el caso de un gas formado por una única molécula y probó que las medidas que realizaba el demonio de Maxwell conllevaban consigo un aumento de «entropía», término acuñado por Clausius para referirse al desorden molecular, que cancelaba exactamente la disminución de entropía que se originaba cuando separaba las moléculas en función de su velocidad. Por tanto, el segundo principio estaba a salvo.

CAPÍTULO 4

Las ecuaciones que lo explicaban casi todo

Mientras residía en Londres, Maxwell encontró un conjunto de ecuaciones que no solo explicaban fenómenos eléctricos y magnéticos sino que también revelaban la naturaleza electromagnética de la luz. Para lograr esta hazaña Maxwell empleó herramientas matemáticas que describían cómo se comportaban los campos eléctrico y magnético en el entorno de cada punto del espacio y que actualmente son la base del análisis vectorial.

James y Katherine Mary se instalaron en Londres en otoño de 1860. Otra vez el comienzo de un curso académico en esta estación marcaba el principio de una nueva etapa en la vida de Maxwell, como había ocurrido cuando ingresó en la Academia de Edimburgo o en la Universidad de Cambridge o cuando empezó a dar clases en Aberdeen. El matrimonio alquiló una casa en el distrito londinense de Kensington, muy cerca de Hyde Park, un precioso entorno donde disfrutaban de largos paseos y montaban a caballo. Su nueva vivienda se encontraba a unos seis kilómetros del King's College y en los días buenos James recorría esta distancia andando porque la caminata le venía muy bien para practicar algo de ejercicio. La casa tenía un ático en el que Maxwell montó su laboratorio casero. Al principio los vecinos andaban algo alarmados porque a través de las ventanas del ático podían ver que James y Katherine pasaban largos ratos mirando en el interior de algo que parecía un ataúd. En realidad se trataba de su caja del color. El matrimonio pasaba horas en aquel ático realizando experiencias de visión del color.

En la lección inaugural del curso Maxwell dejó bien claro a los alumnos del King's College que esperaba que no se limitaran solo a memorizar fórmulas que pudiesen ser aplicables en la práctica. Deseaba también que aprendieran «los principios de los que esas fórmulas se derivan y sin los que serían mera basura mental».

Pero además anunció ante autoridades académicas y estudiantes cuáles iban a ser los objetivos científicos:

> Para finalizar tenemos las ciencias eléctricas y magnéticas [...], de las que solo tenemos un conocimiento parcial y provisional. Se ha recopilado una gran cantidad de hechos, que han sido reducidos a orden y expresados como resultado de un número de leyes experimentales. Pero la forma en que estas leyes han de aparecer finalmente deducidas de principios más generales es todavía incierta.

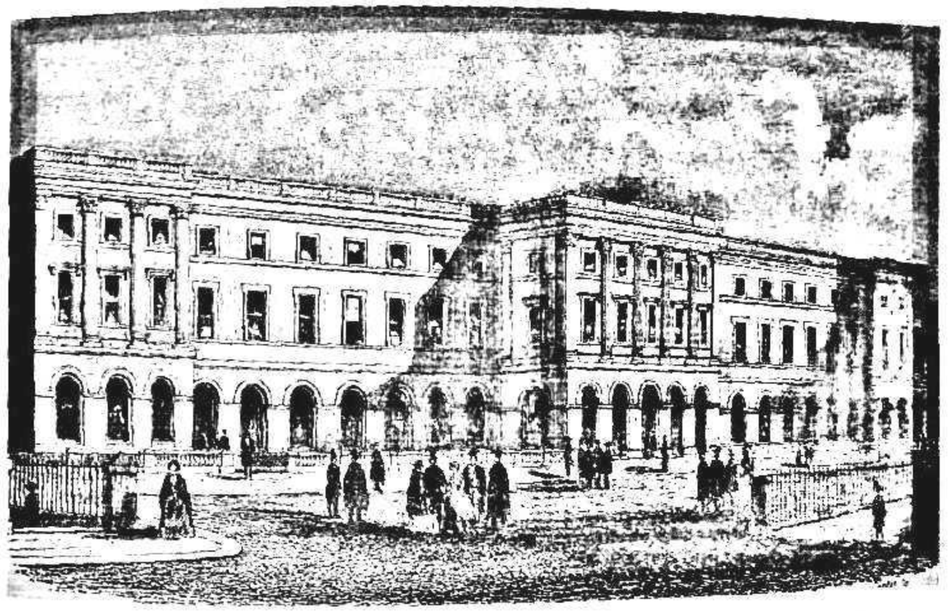
Por tanto Maxwell era plenamente consciente de que el conocimiento que se tenía sobre fenómenos eléctricos y magnéticos era aún muy fragmentado a pesar de las leyes cuantitativas que se habían descubierto en el último siglo. Probablemente, muchas de esas leyes debían de ser casos particulares de otras más generales que todavía estaban por descubrir. Y no tardó en ponerse manos a la obra.

Pero durante los años que Maxwell pasó en Londres no se dedicó solo al electromagnetismo. En etapas anteriores de su vida ya se había interesado por diversos temas simultáneamente y en muchas ocasiones saltaba de unos a otros y volvía a retomar los que había dejado aparcados para abordarlos desde una nueva perspectiva. Durante el tiempo que pasó en la capital del Imperio Británico, Maxwell perfeccionó su teoría de la visión del color con ayuda de Katherine Mary. El matrimonio también hizo medidas de viscosidad de gases intentado corroborar algunas predicciones que había hecho en su trabajo «Illustrations of the Dynamical Theory of Gases». Además trató de poner orden en el maremágnum de unidades eléctricas y magnéticas que estaban surgiendo de manera un tanto caótica en las últimas décadas y amenazaba con convertirse en un obstáculo para el desarrollo tecnológico.

En Londres, Maxwell tuvo la oportunidad de asistir a conferencias de la Royal Society y de la Royal Institution. En 1861, él mismo fue el conferenciante e ilustró su teoría del color proyectando sobre una pantalla la primera imagen en color. En la Royal Institution disfrutaba además de la compañía de muchos colegas y tuvo incluso la oportunidad de conocer personalmente al físico y químico británico Michael Faraday, que entonces tenía ya setenta años, con quien se había mantenido en contacto por correspondencia. Lewis Campbell contaba que en una ocasión Faraday y Maxwell se encontraron atrapados entre la muchedumbre que trataba de salir del salón de actos de la Royal Institution después de una conferencia. Aludiendo al trabajo de Maxwell sobre las

KING'S COLLEGE

Cuando Maxwell llegó a Londres había en esta ciudad dos instituciones universitarias. Una de ellas, el University College, empezó a funcionar en 1828. Se había fundado con la intención de acoger a todos aquellos que no eran bien recibidos en Cambridge o en Oxford por disentir de la Iglesia Unida de Inglaterra e Irlanda o por practicar otras confesiones religiosas. Tan solo un año después se fundó el King's College, llamado así en honor a Jorge IV, como una alternativa anglicana al University College que sí remitía a «las doctrinas y deberes de la cristiandad» e incluía la teología entre sus asignaturas. El King's College era una institución muy parecida a las universidades modernas. Desde un sus comienzos se caracterizó por ofrecer una educación que sirviese a los jóvenes para formarse profesionalmente, pero también para adaptarse a un mundo que cambiaba rápidamente. Por ello, la química, la física, la botánica o la economía se encontraban entre las distintas materias que se impartían.



King's College, Londres. Grabado de J.C. Carter.

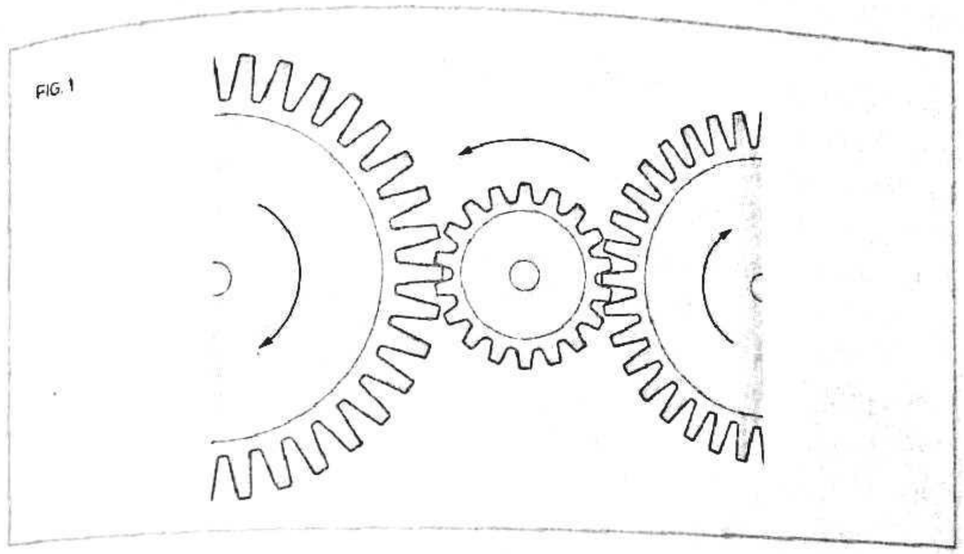
colisiones entre moléculas de un gas, Faraday le dijo al físico escocés de chanza: «¿Sabes cómo salir de aquí? Si alguien puede encontrar el camino a través de esta multitud ¡eres tú!».

LA TEORÍA QUE FUNCIONABA COMO UNA MÁQUINA

Durante los primeros años que pasó en Londres, Maxwell trató de explicar la amplia variedad de fenómenos electromagnéticos conocidos hasta entonces con la ayuda de lo que denominaba la «teoría de los vórtices moleculares», a los que también se refería como «celdas». En la terminología actual se debería decir más bien que utilizó una «analogía mecánica». O sea, Maxwell intentó explicar fenómenos tan diferentes como la atracción o repulsión entre cargas eléctricas, la interacción entre imanes, la fuerza entre cables con corriente eléctrica o la inducción magnética con una única teoría que estableciese correspondencias entre magnitudes de la mecánica y de la electricidad y el magnetismo. Maxwell ya había hecho uso previamente de una analogía en el trabajo que publicó justo después de graduarse en Cambridge, *On Faraday's Lines of Force*, en el que consideraba que los campos eléctricos y magnéticos eran como un fluido incompresible.

Pero en su nuevo modelo imaginó que el espacio estaba lleno de diminutas esferas de una densidad extremadamente baja, que giraban en torno a las líneas de fuerza cuando se encontraban inmersas en una región de campo magnético. A estas esferas las llamaba «vórtices» o «celdas». Esta idea la tomó prestada de William Thomson, que ya la había utilizado para explicar por qué el plano de polarización de la luz giraba cuando la onda atravesaba un campo magnético, hecho experimental descubierto por Faraday.

Maxwell encontró un primer problema al reflexionar sobre esta idea inicial. Cuando celdas adyacentes giraban en el mismo sentido, debían aparecer fuerzas de rozamiento intensas en los puntos en los que se tocaban sus paredes, puesto que las velocidades de esos puntos en contacto tenían sentidos contrarios. Por tanto, las celdas acabarían parándose debido a la fricción. Para solventar este contratiempo Maxwell imaginó que los espacios que quedaban entre las celdas estaban llenos de otras partículas aún más pequeñas, que funcionaban como cojinetes disminuyendo la fricción, o como los piñones locos en los engranajes de ruedas dentadas.



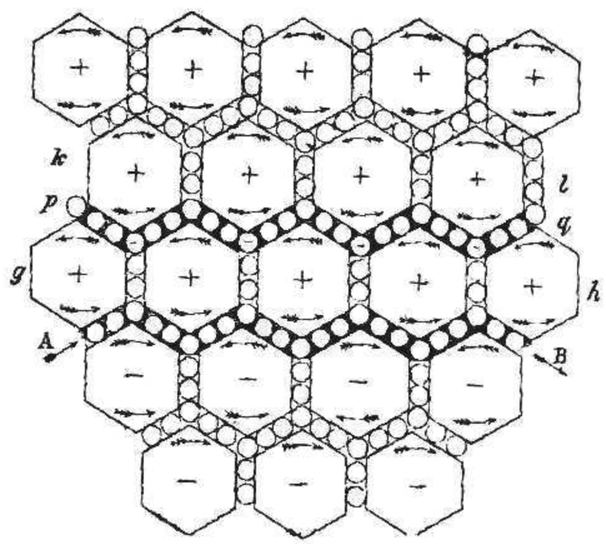
Piñón o engranaje loco. Se utiliza para transmitir el sentido de giro de una rueda dentada a otra.

Los piñones locos son ruedas dentadas que se insertan entre otras para transmitir el sentido de giro de una rueda a la vecina, y lo hacen girando justo en sentido en contrario. En muchas máquinas, los piñones locos se montan sobre ejes fijos. Este sería el caso que correspondía a materiales aislantes (dieléctricos) en la analogía de Maxwell. Pero en algunas máquinas, como en los llamados «trenes epicicloidales», hay piñones locos que se pueden desplazar. Esta situación podía ser el símil de un material conductor y el desplazamiento de los piñones locos a través de los espacios que dejaban las celdas sería análogo a la corriente eléctrica.

La figura 2 muestra cómo el físico escocés dibujaba su modelo. Los hexágonos representaban las celdas rotantes, mientras que los círculos más pequeños que hay entre ellos simbolizaban los piñones locos que permitían girar a los vórtices en el mismo sentido sin rozar. El trayecto desde el punto *A* hasta el punto *B* que en la figura aparece con fondo oscuro representaba una corriente eléctrica, que equivalía al desplazamiento de los piñones locos. Este movimiento de traslación de los piñones hacía que los vórtices que quedaban por encima empezasen a girar en el sentido que indican las flechas que

hay dentro de ellos, mientras que los vórtices que quedaban por debajo giraban justo en sentido contrario. La rotación de los vórtices llevaba aparejada la existencia de un campo magnético paralelo al eje de rotación. Por tanto esta corriente eléctrica generaba un campo magnético perpendicular a la corriente eléctrica, como Oersted y otros encontraron en la primera mitad del siglo XIX. Las líneas de campo magnético correspondientes eran perpendiculares al plano del papel, salientes por encima de la corriente eléctrica (lo que Maxwell indicó con el símbolo +), y entrantes por debajo (lo que simbolizó con –). Por tanto, su analogía explicaba bien la aparición de un campo magnético en torno a una corriente eléctrica.

FIG. 2

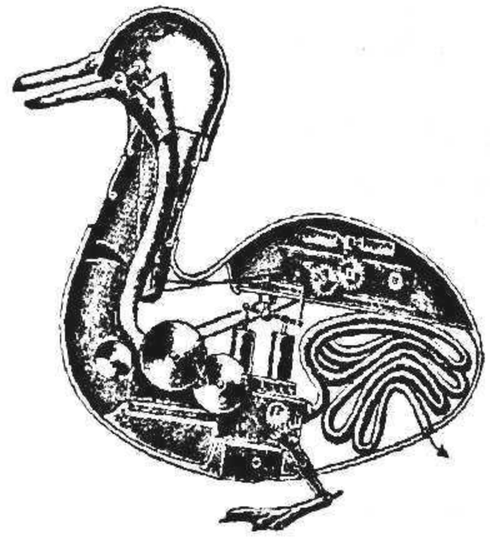


Representación gráfica del modelo de vórtices de Maxwell. El campo magnético es perpendicular al plano del papel. Por encima de la línea *AB* las líneas de campo son salientes (+) mientras que por debajo son entrantes (–).

Además esta analogía mecánica era capaz de explicar fenómenos de inducción. Como se ha comentado, el movimiento de los piñones locos desde *A* hasta *B* transmitía rotación a los vórtices adyacentes y esta rotación acaba alcanzando con el paso del tiempo a vórtices cada vez más lejanos. En los instantes en los que comenzaba a circular esta corriente desde *A* hasta *B* empezaban a girar solo las celdas adyacentes a ella, como las comprendidas entre *g* y *h*. Como las celdas entre *k* y *l* aún no giraban, la rotación de los vórtices entre *g* y *h* provocaba en esos primeros momentos el desplazamiento de los piñones que había entre *q* y *p*, pero en

MAXWELL Y EL MECANICISMO

La analogía mecánica de la teoría de vórtices puede parecer tan imaginativa como inverosímil. Pero no se debe olvidar que Maxwell vivió en plena revolución industrial, una época en que las máquinas eran vistas como fuente de progreso y riqueza. Por lo que muchos científicos eran también ingenieros que pretendían entender y perfeccionar el funcionamiento de las máquinas a partir del conocimiento de la naturaleza, pero al mismo tiempo intentaban explicar los fenómenos naturales mediante mecanismos. Esta actitud llegó a ser tan generalizada entonces que hoy se habla de ella como una doctrina: el mecanicismo. Uno de los exponentes de esta escuela era William Thomson, que solía decir: «La prueba para saber si hemos comprendido un tema de física es preguntarnos si podemos hacer un modelo mecánico de él».



Según el mecanicismo, toda realidad natural tiene una estructura comparable a la de una máquina.

El mecanicismo tenía sus detractores, entre los que encontraba el físico francés Pierre Duhem, que criticó duramente analogías como la de Maxwell con palabras como estas: «Creíamos adentrarnos en la tranquila y pulcra estancia de la razón, pero hete aquí que estamos en una fábrica».
En realidad Maxwell era plenamente consciente de que este tipo de representación de la realidad podía resultar incómoda para muchos, pero solo era algo provisional, una etapa en el camino, que le serviría para lograr la verdadera interpretación. De hecho, su teoría de vórtices le permitió concebir ideas que hasta entonces nadie había imaginado. Además Maxwell advertía: «Este mecanismo es al verdadero lo que un planetario mecánico es al Sistema Solar».

sentido contrario al desplazamiento de los piñones que se movían desde *A* hasta *B*. Este movimiento de los piñones equivalía al establecimiento de una corriente eléctrica inducida desde *q* a *p* (en sentido contrario). Pero esta corriente inducida no era permanente porque el desplazamiento de los piñones locos de *q* a *p* hacía que los vórtices que había de *k* a *l* empezasen a rotar también, y con el paso del tiempo terminaran alcanzando la misma velocidad de rotación que los que hay por debajo. En ese momento, los piñones locos solo giraban para transmitir la rotación de unas celdas a otras, pero no se trasladaban. O sea, la corriente inducida cesaba.

NO PODÍA SER SOLO UNA CASUALIDAD

Inicialmente Maxwell había supuesto que los piñones locos de su modelo mecánico estaban anclados a las celdas en el caso de materiales dieléctricos, por lo que no podían transportar carga a grandes distancias. Pero si las celdas eran elásticas y se podían deformar, los piñones locos podían desplazarse un poco respecto a su posición de equilibrio, lo que equivalía a una pequeña corriente o desplazamiento eléctrico, a la que denominó «corriente de desplazamiento».

Aunque hoy en día no se piensa en términos de vórtices y piñones locos, el concepto de corriente de desplazamiento tiene plena vigencia y una interpretación parecida en un dieléctrico. En estos materiales, los electrones están anclados a los átomos y no pueden alejarse mucho de ellos, por lo que no puede haber transporte neto de carga entre dos puntos alejados del material. Pero cuando un material dieléctrico se encuentra en el seno de un campo eléctrico, los electrones tienen cierta tendencia a desplazarse paralelamente al campo, y si el campo eléctrico cambia de dirección, los electrones tienden a seguirlo. Estos desplazamientos electrónicos microscópicos son responsables de las corrientes de desplazamiento en un dieléctrico. Aunque el concepto de corriente de desplazamiento es mucho más general y aplicable incluso en el vacío.

Al dotar de elasticidad a las celdas, estas eran capaces de almacenar energía potencial como lo hacía un muelle cuando se comprimía, pero también podían transmitir una perturbación de un punto a otro. En otras palabras, una onda podía propagarse por el medio que Maxwell había concebido para explicar fenómenos electromagnéticos. Cuando fue consciente de esto, tuvo la impresión de que estaba al borde de un gran descubrimiento y trató de avanzar un poco más estimando la velocidad a la que estas ondas se propagaban.

Entonces ya se sabía que la velocidad de las ondas mecánicas dependía de la elasticidad y de la densidad del medio. En su modelo de celdas, Maxwell tenía constantes electromagnéticas que se correspondían con propiedades mecánicas elásticas e inerciales. La permeabilidad magnética μ era análoga a la densidad, mientras que la inversa de la permitividad dieléctrica ε^{-1} podía ser considerada como una especie de constante elástica. Por lo que, en principio, solo tenía que aplicar la correspondencia que había entre ellas para poder calcular a qué velocidad viajaban las ondas.

Hoy en día es muy fácil encontrar el valor de μ y ε en muchos libros de física. Pero en 1861 esta tarea no resultaba tan sencilla. Gran parte del problema residía en que aún no se había desarrollado un sistema coherente de unidades para la nueva rama de la ciencia, el electromagnetismo. Tras intentar poner un poco de orden, Maxwell concluyó que la velocidad de las ondas por el mar de vórtices coincidía numéricamente con el cociente entre dos unidades de carga que se empleaban entonces, la unidad de carga electrodinámica y la unidad de carga electrostática. La primera se definía a partir de la intensidad de corriente mientras que para definir la segunda se empleaba la ley de Coulomb. Llegó a esta conclusión cuando se encontraba de vacaciones en Glenlair. Pero allí no tenía libros en los que consultar cuánto valía ese cociente. Tuvo que esperar hasta que volvió a Londres en octubre para comenzar el nuevo curso académico. Para el aire el cociente entre las dos unidades de carga de diferentes dimensiones físicas era de 310 740 kilómetros por segundo. En 1849, el físico y astrónomo Armand Hippolyte Louis Fizeau (1819-1896) había concluido a partir de una ingeniosa experiencia que la luz viajaba a 315 000 kilómetros por segundo. Los valores eran demasiado parecidos para ser una mera casualidad.

Maxwell describió su teoría de vórtices y todos estos resultados en una serie de cuatro artículos que se publicaron bajo el títu-

lo de *On Physical Lines of Force* entre 1861 y 1862. En la parte tercera de esta obra, concluía que: «Difícilmente no podríamos llegar a la conclusión de que la luz consiste en ondulaciones transversales del mismo medio que es responsable de los fenómenos eléctricos y magnéticos». Esto era, sin lugar a dudas, uno de los mayores éxitos de su teoría. Pero su amigo Cecil J. Monro (1883-1966) tenía ciertas dudas al respecto y en una carta le escribió:

> La coincidencia entre la velocidad de la luz y la velocidad que has calculado para ondas transversales en tu medio parece un resultado brillante. Pero necesitarás unos cuantos resultados más como ese para convencer a la gente de que cada vez que se produce una corriente eléctrica una línea de partículas es empujada a presión por dos filas de ruedas.

Finalmente Maxwell acabó abandonando la analogía de los vórtices a pesar de haber sido tan fructífera. Llegó un momento en que le planteaba más cuestiones de las que podía resolver y entendió que, aun habiendo cumplido su cometido, debía desprenderse de ella y enfocar el problema desde otro punto de vista.

NUEVO ENFOQUE Y NUEVO PROTAGONISTA

Durante los dos siguientes años se estuvo gestando un trabajo que muchos consideran la contribución más importante de Maxwell a la historia de la ciencia. Fue publicado en 1865 y se titulaba *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*. Este título ya exhibía cambios que no deben pasar desapercibidos. En sus trabajos anteriores, Maxwell encabezaba el propio trabajo y las diferentes partes que lo integraban con epígrafes que contenían términos, como «líneas de fuerza», «fluido» o «vórtices moleculares». En esta ocasión, el protagonista era el campo electromagnético: «La teoría que propongo puede llamarse «teoría del campo electromagnético» porque tiene que ver con el espacio que rodea a cuerpos eléctricos o magnéticos».

Este cambio revela que Maxwell estaba un poco más cerca del concepto actual de campo, mucho más matemático, funcional y abstracto. El campo se concibe hoy como una distribución espacio-temporal de una propiedad física, o sea, como una función que depende de coordenadas espaciales y del tiempo. Pero Maxwell también había utilizado el adjetivo «dinámica» para referirse a su teoría, haciendo alusión a que en el espacio que rodeaba a dichos cuerpos había materia en movimiento, que en última instancia era la responsable de las interacciones electromagnéticas. Por tanto, Maxwell no fue capaz de desprenderse completamente de aquel fluido intangible que recibía el nombre de «éter». Pero sí consiguió adoptar una postura mucho menos mecanicista. Ya no le preocupaba el mecanismo de funcionamiento interno.

Para derivar de una manera más formal las ecuaciones diferenciales que regían el comportamiento del campo electromagnético, Maxwell se inspiró en un método que Joseph-Louis Lagrange

EL MÉTODO DE LAGRANGE

Joseph-Louis Lagrange fue un matemático y físico de origen italiano que propuso el uso de una función que hoy conocemos como «lagrangiana» para deducir a partir de ella las ecuaciones diferenciales de movimiento de un sistema mecánico. Desde un punto de vista matemático, la función lagrangiana tiene como variables a otras funciones del tiempo, que reciben el nombre de «coordenadas generalizadas», y a sus derivadas temporales, las «velocidades generalizadas». Desde la perspectiva de la física, la función lagrangiana puede considerarse la diferencia entre la energía cinética y la energía potencial de un sistema. La gran ventaja del método de Lagrange es que, conocida esta función, las ecuaciones diferenciales de movimiento de sistemas relativamente complejos se obtienen derivando (respecto a las coordenadas, las velocidades generalizadas y respecto al tiempo) sin necesidad de tener que conocer a fondo todas las interacciones involucradas. Maxwell construyó una función lagrangiana a partir de la energía almacenada en los campos magnético y eléctrico.

había aplicado con éxito para reformular las leyes de la mecánica clásica. Así consiguió deducir las ecuaciones en derivadas parciales que describían el comportamiento del campo electromagnético, obtenidas previamente con la teoría de vórtices.

«Después de Maxwell la realidad física fue concebida mediante campos continuos sujetos a ecuaciones diferenciales parciales. Este cambio en la concepción de la realidad es el más profundo y fructífero que se ha producido en la física desde los tiempos de Newton.»

ALBERT EINSTEIN, *MAXWELL'S INFLUENCE ON THE EVOLUTION OF THE IDEA OF PHYSICAL REALITY.*

El trabajo que publicó Maxwell en 1865 estaba dividido en siete partes. La tercera se titulaba *Ecuaciones generales del campo electromagnético* y en ella se incluía un sistema de veinte ecuaciones con veinte incógnitas que podían servir de punto de partida para abordar cualquier problema de electromagnetismo. Es lo que hoy se conoce como la «síntesis electromagnética de Maxwell». Dieciocho de estas ecuaciones se podían agrupar de tres en tres porque, en realidad, hacían referencia a las componentes cartesianas de diferentes vectores. O sea, Maxwell no empleó la representación vectorial moderna de estas ecuaciones, sino la forma escalar. Se refirió a los seis grupos de ecuaciones resultantes con las letras A, B, C, D, E y F. Las dos ecuaciones restantes tenían naturaleza escalar de por sí y las denotó con las letras G y H. Muchas de estas ecuaciones habían aparecido ya en *On Physical Lines of Force*, pero aquí se les reconocía explícitamente su carácter fundamental.

En la parte sexta de dicho trabajo Maxwell se planteaba de nuevo la cuestión de la naturaleza electromagnética de la luz, pero de una manera más formal. Partiendo de las ecuaciones generales del campo electromagnético anteriormente mencionadas Maxwell encontró la ecuación diferencial de ondas y la expresión que permitía calcular la velocidad v a la que viajaban las ondas electromagnéticas:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\mu\varepsilon}}.$$

Para el caso del vacío, o el aire, esta velocidad coincidía con la velocidad a la que se propagaba la luz en dicho medio. Maxwell también concluía que las perturbaciones electromagnéticas que viajaban a esta velocidad se producían en direcciones perpendiculares a la dirección de propagación. Dicho de otro modo, las ondas electromagnéticas eran transversales. Y añadió: «...por lo que podríamos tener todas las propiedades de la luz polarizada».

El 5 de enero de 1865, cuando estaba redactando «A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field», escribió una carta a su primo Charles Hope Cay para compartir con él el entusiasmo que había sentido al toparse entre sus ecuaciones con la naturaleza electromagnética de la luz. Es difícil de traducir literalmente la expresión que empleó James para manifestar de manera informal lo que opinaba sobre su hallazgo, porque empleó un modismo informal inglés algo anticuado. Pero venía a decir algo así: «Tengo un artículo con una teoría electromagnética de la luz que, salvo que me convenza de lo contrario, va a tener un gran impacto». Setenta y cinco años más tarde, en un artículo para la revista *Science*, Albert Einstein trataba de expresar cómo podía haber sido para Maxwell el momento en que llegó a esta conclusión:

> Imagine sus sentimientos cuando las ecuaciones diferenciales que había formulado le demostraron que los campos electromagnéticos se propagan en forma de ondas polarizadas a la velocidad de luz. A muy pocos hombres en el mundo se les ha otorgado una experiencia como esa.

Pero eso no era todo. En esta misma parte de su trabajo, el físico escocés se planteó qué ocurriría si la luz viajase por un medio cristalino en el que la constante dieléctrica tuviera valores diferentes en cada uno de los ejes cartesianos. Ese podía ser el caso de los materiales birrefringentes, como la calcita, que él mismo había estudiado experimental y teóricamente cuando se encontraba en la Universidad de Edimburgo. Es decir, se estaba enfrentando al problema de la doble refracción con plena conciencia de la naturaleza electromagnética de la luz.

Tras la experiencia de la doble rendija realizada por Thomas Young en 1800, muchos de los físicos del siglo XIX estaban convencidos que la luz era una onda, pero tenían serios problemas para explicar qué era lo que vibraba cuando la luz se propagaba, especialmente cuando lo hacía por el vacío. En principio pensaron en el éter. Pero para poder justificar el carácter transversal de las ondas luminosas, que se ponía de manifiesto en fenómenos como la doble refracción o experiencias con luz polarizada, había que admitir que el éter se podía doblar o retorcer como lo hace un sólido con cierta elasticidad. O sea, se trataba de una sustancia mucho más liviana que el aire, elástica, ¡pero sólida!

De las ecuaciones de onda que Maxwell había deducido se podía concluir que eran campos eléctricos y magnéticos los que vibraban cuando la luz se propagaba. Además estas vibraciones eran perpendiculares a la dirección de propagación, lo que podía explicar qué era la luz polarizada y los fenómenos en los que ponían de manifiesto el carácter transversal de las ondas luminosas. Todas las piezas del puzle encajaban. La única que sobraba en este rompecabezas era el éter. Por tanto Maxwell tuvo la oportunidad de librar a la física de una vez por todas de este concepto tan incómodo e inverosímil. Pero no lo hizo... Para muchos físicos del siglo XIX, el éter era tan real como el suelo que pisaban.

En su trabajo más célebre, Maxwell también mencionó explícitamente que su teoría electromagnética de la luz estaba inspirada en las ideas que Faraday había publicado en 1846 en un artículo titulado «Thoughts on Ray Vibrations». Maxwell admiraba a Faraday, se sentía en deuda con él, y quiso reconocer el mérito que en justicia le correspondía.

RETORNO A GLENLAIR

En la primavera de 1865, Katherine Mary y James decidieron irse a vivir a Glenlair. A pesar de haber disfrutado mucho de los años que habían pasado en Londres, que desde un punto de vista científico fueron vertiginosos, Maxwell quería dedicar más tiempo a una larga lista de cuestiones pendientes. En particular, tenía la intención de escribir un libro en el que se recopilasen conocimientos de electricidad y magnetismo que sirviese de referencia para todos los principiantes en esta rama del saber. Además, quería hacer algunas mejoras en la casa y en la finca donde había pasado su infancia, por lo que renunció a su plaza de profesor en el King's College.

Pero su retorno a Glenlair comenzó de una manera un tanto desafortunada. Durante el verano se golpeó la cabeza con una rama mientras montaba a caballo y la herida que se hizo se infectó. Tuvo que guardar cama durante un mes a causa de la fiebre. Pero gracias a los cuidados de Katherine la infección terminó remitiendo, se recuperó y no pasó mucho tiempo antes de que los dos volvieran a montar a caballo.

Maxwell era un vecino de la zona preocupado por el bienestar de la comunidad. Por ejemplo, se ocupaba de conseguir fondos para mantener la iglesia de un pueblecito cercano bien acondicionada. Este dinero también servía para que su pastor tuviese un salario fijo. Además participaba activamente en la vida social de la comunidad. Se llevaba muy bien con los vecinos y, especialmente, con los niños de los vecinos, a los que entretenía con juegos y trucos. Cuando Katherine y James se casaron, ella ya tenía cuarenta y dos años y no llegaron a tener hijos. James y su padre habían convertido Glenlair en una acogedora casa de campo que contaba además con una granja productiva. Al no tener hijos, esa casa que amaba y en la que había pasado momentos muy felices en su infancia sería heredada en el futuro por un primo suyo, para quien sería una finca más. Maxwell intentaba no pensar mucho en ello.

Durante la primavera y el verano de 1867 Katherine y James hicieron un *tour* por Italia aprovechando que se estaban realizando las obras de ampliación de la casa. Pero durante el trayecto de ida se encontraron con una aventura inesperada: en el puerto de Marsella el barco tuvo que ser puesto en cuarentena. Maxwell ayudó en todo lo que pudo para paliar el malestar de sus compañeros de viaje. Superado este contratiempo se dirigieron hacia Florencia donde tuvo la oportunidad de coincidir con Lewis Campbell y su esposa. Juntos disfrutaron de la arquitectura y de la música italiana. Además el matrimonio Maxwell no desaprovechaba

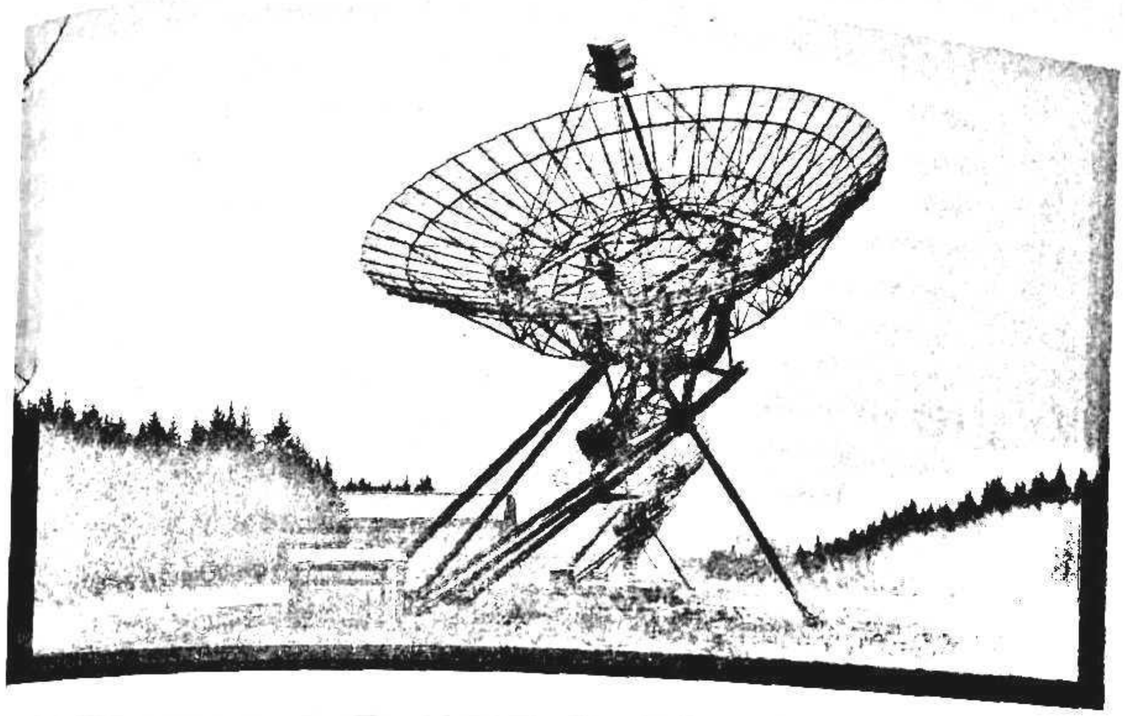
ninguna ocasión para aprender idiomas. Recibían clases de italiano y practicaban el francés y el alemán charlando con los turistas.

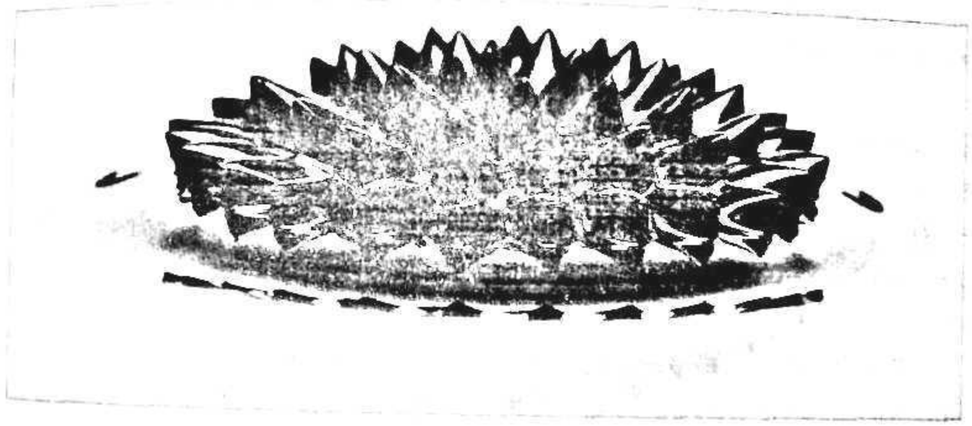
Pero este no fue el único viaje que hicieron Katherine y James. Cada primavera solían pasar algunas semanas en Londres y Maxwell se desplazaba a aquellos lugares donde se organizaban conferencias. Además todos los años visitaban Cambridge puesto que la Universidad le había pedido a Maxwell que fuera examinador del Tripos. Él se tomó esta tarea muy en serio y propuso ejercicios más relacionados con la vida cotidiana que hacían los exámenes más interesantes.

El último día de 1868 murió su profesor y mentor en Edimburgo, James D. Forbes, al que Maxwell había llegado a querer mucho. Forbes dejaba vacante el puesto de director de la Universidad de Saint Andrews. Algunos sugirieron a James que optara al puesto, entre ellos Lewis Campbell, que se encontraba allí como profesor de Griego. Al principio esta idea no convenció a Maxwell, que era consciente de que se trataba de un cargo administrativo. Finalmente optó al puesto, pero no lo consiguió. Al tratarse de la dirección de una institución importante, la política y los gobernantes pesaron más que su carrera académica y científica. Pero la muerte de Forbes no sería la única noticia triste de aquellos meses. Poco tiempo después fallecía con tan solo veintiocho años de edad su primo Charles Hope Cay, que había sido para James como un hermano pequeño.

Maxwell aprovechó muy bien los seis años que pasó en Glenlair. En ese período de tiempo escribió el libro *Theory of Heat* y dieciséis artículos de temas muy variados, todos ellos con contenidos originales. Pero estuvo especialmente dedicado a su libro *A Treatise on Electricity and Magnetism*, que fue publicado en 1873, cuando ya no se encontraba en su casa de campo. El tamaño de la obra era considerable: dos volúmenes de casi quinientas páginas cada uno. Aunque no había nada esencialmente nuevo salvo pequeños detalles. Maxwell volvió a escribir sus veinte ecuaciones generales del campo electromagnético casi en la misma forma que aparecían en su teoría dinámica de 1865.

Pero en esta ocasión incluyó además un apartado en el que las ecuaciones aparecían escritas en forma cuaterniónica. Probablemente lo hizo bajo la influencia de su amigo Peter Tait, que era





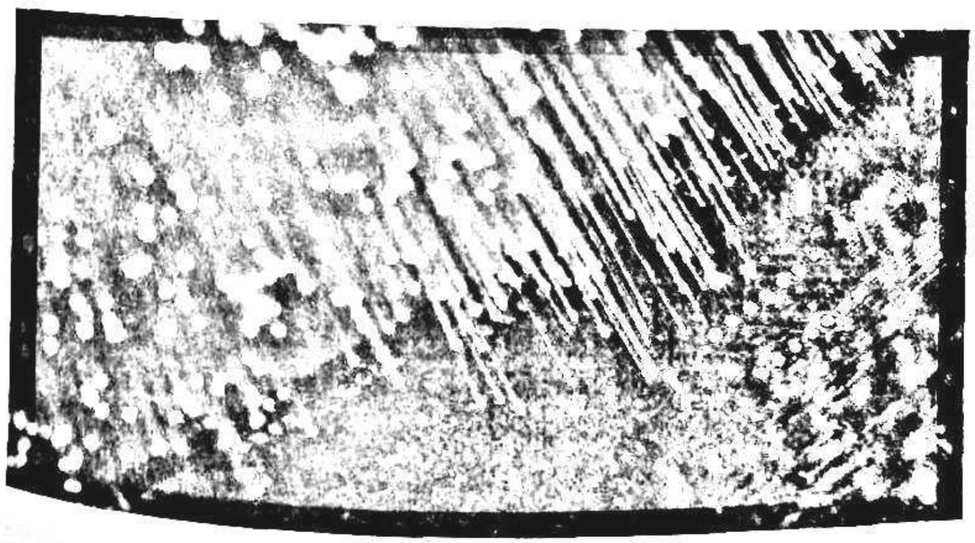


FOTO SUPERIOR:
Las ecuaciones de Maxwell han sido de gran importancia para el desarrollo de los radiotelescopios.

FOTO CENTRO:
Aspecto de un ferrofluido en presencia de un campo magnético intenso.

FOTO INFERIOR:
Las aportaciones del matemático británico también han sido aplicadas a las tecnologías de comunicación mediante fibra óptica.

un defensor fanático de los cuaterniones. Aunque el uso que hizo Maxwell de ellos fue más nominal que real, porque él utilizaba cuaterniones que solo tenían parte vectorial o escalar. Dicho de otro modo, usaba escalares y vectores puros casi como se usan hoy en día, pero «vestidos» de cuaterniones.

LOS VECTORES DE LAS ECUACIONES DE MAXWELL

Antes de presentar las ecuaciones que sintetizan el electromagnetismo moderno es necesario advertir que su forma matemática, la notación y terminología empleadas y el concepto mismo de lo que se entiende por ecuaciones de Maxwell ha evolucionado con el tiempo. De hecho, todos estos aspectos han cambiado tanto que incluso a quienes conocen bien la forma actual de las ecuaciones de Maxwell les puede resultar difícil reconocerlas en su versión original.

En los siguientes apartados se pretende descifrar el lenguaje que empleó Maxwell y su significado físico y por ello se utiliza una notación preferentemente más moderna y, en algunos casos, un enfoque más sencillo que el empleado por Maxwell. Aunque algunas ideas y analogías se pueden aprovechar sin alteraciones importantes.

Si se estudian fenómenos electromagnéticos en el vacío o en el aire solo son necesarias dos cantidades vectoriales para describir matemáticamente los campos que aparecen en las ecuaciones de Maxwell en su forma actual. Estos dos vectores se suelen designar habitualmente como $\vec{E}$ y $\vec{B}$, campo eléctrico y magnético, respectivamente. A partir de ellos se pueden calcular las fuerzas que ejerce el campo electromagnético sobre cargas y corrientes eléctricas.

Sin embargo, cuando se analizan estos fenómenos en cualquier otro medio, es necesario un vector adicional para cada campo. Justificar por qué son necesarios dos vectores por campo requeriría una explicación mucho más profunda y que va más allá del alcance de esta obra. Así pues se mencionará solamente que para el campo eléctrico se debe utilizar el denominado vector desplazamiento eléctrico $\vec{D}$ además del vector $\vec{E}$. En el caso del campo magnético se suele utilizar un vector adicional que se simboliza como $\vec{H}$. A pesar del tiempo que ha pasado desde la época de Maxwell aún no hay acuerdo en una denominación para $\vec{B}$ y $\vec{H}$ que sea universalmente aceptada, por lo que se hará referencia a ellos por sus símbolos en vez de sus nombres.

Esta duplicidad de campos podría hacer pensar que en medios materiales el estudio de problemas electromagnéticos es mucho más complejo. Pero, en realidad, no tiene que ser necesariamente así. Afortunadamente las relaciones entre $\vec{D}$ y $\vec{E}$ y entre $\vec{B}$ y $\vec{H}$ son de proporcionalidad en el caso de muchos materiales y se suelen escribir como:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$
$$\vec{B} = \mu\vec{H}$$

donde ε y μ son cantidades constantes conocidas como «permitividad dieléctrica» y «permeabilidad magnética del medio», respectivamente.

Otro vector que aparece en las ecuaciones de Maxwell es el vector densidad de corriente $\vec{J}$. Su módulo proporciona el flujo de carga eléctrica por unidad de tiempo y de área en el entorno de un punto dado. Por tanto caracteriza la corriente eléctrica de forma local.

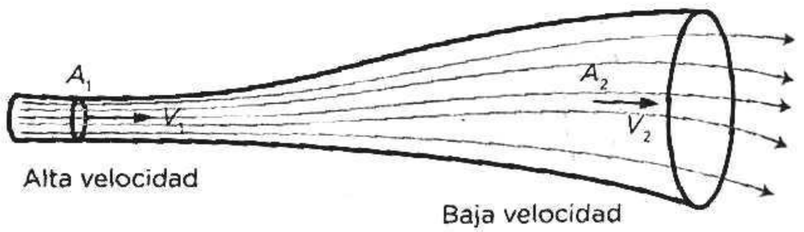
LÍNEAS DE CAMPO Y FLUJO

En forma diferencial las ecuaciones de Maxwell se escriben en términos de dos operadores matemáticos, la divergencia y el rotacional, que describen el comportamiento de los campos en el entorno de un punto. La divergencia procede a su vez del concepto de flujo, que es muy utilizado en dinámica de fluidos. De hecho, Maxwell construyó el concepto formal de campo imaginando que aquella perturbación que creaban cargas y corrientes eléctricas en cada punto del espacio que las rodeaba debía de comportarse de forma análoga a un fluido incompresible. Actualmente se sigue utilizando esta idea para introducir el concepto de campo.

Cuando un fluido en movimiento pasa por un punto del espacio lo hace con una determinada velocidad, que puede variar de un punto a otro del espacio. La función que asigna una propiedad física, como la velocidad, a cada punto del espacio se conoce en física como «campo». Si esa propiedad es un vector, se dice que el campo es vectorial.

Un campo vectorial se puede representar gráficamente dibujando los vectores que se tienen en un conjunto finito de puntos más o menos grande. Hoy en día se dispone de *software* variado para dibujar campos vectoriales, aunque el movimiento de un fluido también se puede representar mediante líneas de corriente. Estas líneas son tangentes al vector velocidad en todo punto del fluido, por lo que señalan cuál es la dirección de dicho vector. Pero además proporcionan información sobre la rapidez con la que se mueve el fluido, que no es otra cosa que el módulo del vector velocidad. En aquellos lugares donde las líneas de corriente están más apretadas, la velocidad es mayor. Algo similar ocurre en caso de las líneas de campo. La densidad de estas líneas es proporcional a la intensidad del campo (figura 3).

FIG. 3

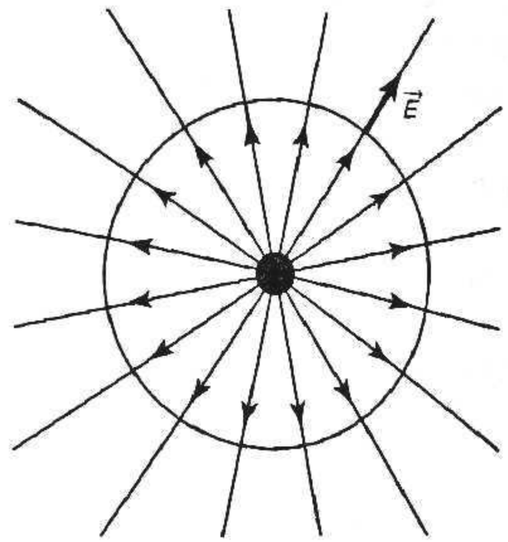


En un tubo de corriente de un fluido incompresible el producto de la velocidad por el área de la sección del tubo es una cantidad constante denominada «flujo»: $v_1A_1 = v_2A_2$.

Otro concepto relacionado con la densidad de líneas de corriente que juega un papel protagonista en esta analogía es el de flujo. En el caso de la dinámica de fluidos este concepto recibe también el nombre de «caudal». Para un fluido, el flujo a través de una superficie se define como el producto del área de dicha superficie por la componente perpendicular de la velocidad. Una propiedad importante es que el flujo de un fluido incompresible a través de cualquier sección de una tubería permanece constante. La tubería puede ensancharse o estrecharse pero la velocidad disminuye o aumenta, respectivamente, para que el producto del área por velocidad permanezca constante.

Maxwell pensó que las líneas de fuerza de una carga eléctrica debían comportarse de la misma manera. Con esta idea en mente, una diminuta carga eléctrica positiva Q (en aire o el vacío) puede ser considerada como una fuente de la que «emana» el campo en todas las direcciones del espacio por igual. Al alejarse de la carga, las líneas se separan, por lo que la intensidad del campo debe decrecer. La figura 4 muestra una esfera de radio r centrada en la carga. Dado que las líneas de campo son perpendiculares a esta esfera en todo punto en que la cortan, el flujo de este campo Φ_E puede calcularse como el producto del área de la esfera por la intensidad E de dicho campo.

FIG. 4



El producto del campo a una cierta distancia r de la carga por el área de la superficie esférica de radio r es una cantidad constante denominada «flujo».

Pero dicho flujo debe ser constante independientemente del radio de la esfera según la analogía de Maxwell. Por lo que:

$$4\pi r^2 E = \Phi_E.$$

Si se despeja E de esta ecuación es posible obtener el campo eléctrico de una carga puntual que proporciona la ley de Coulomb, $E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$, siempre que:

$$\Phi_E = Q/\varepsilon_0.$$

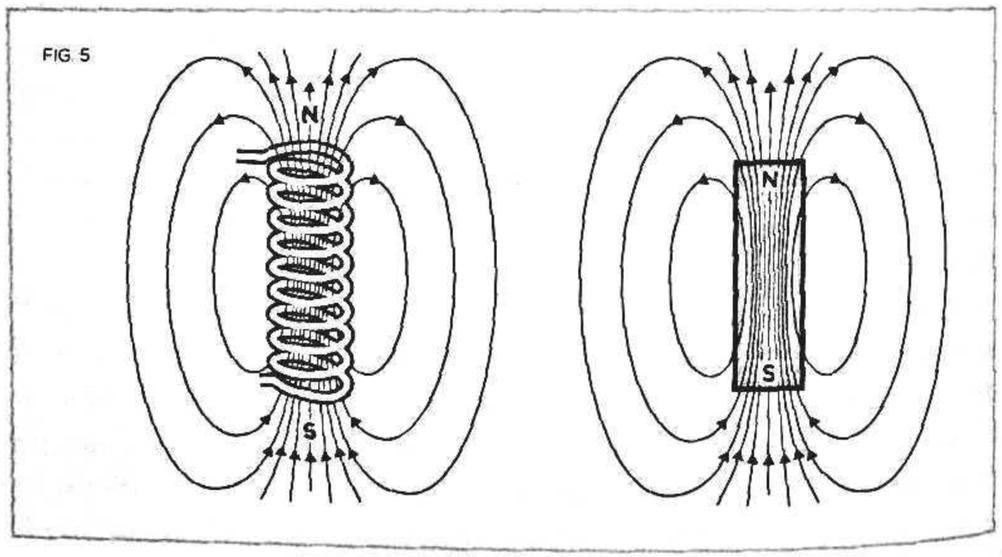
donde ε_0 es la denominada permitividad dieléctrica del vacío. Por tanto, el flujo del vector campo eléctrico es proporcional a la carga encerrada dentro la superficie. Este resultado es válido para cualquier superficie cerrada aunque no sea esférica y se conoce como «teorema de Gauss para el campo eléctrico».

Si la carga puntual no se encuentra en el vacío sino en un medio dieléctrico es entonces el vector desplazamiento eléctrico $\vec{D}$ el que tiene un flujo asociado directamente a la carga. De hecho, el flujo Φ_D de este vector no solo es proporcional a la carga encerrada dentro sino que se identifica directamente con ella:

$$\Phi_D = Q.$$

Esta es una ley fundamental en el electromagnetismo. Cabe preguntarse si el flujo del campo magnético verifica una ley parecida. Para eso es necesario revisar algunas ideas sobre las líneas de campo de imanes y corrientes. En la obra *De Magnete* William Gilbert (1544-1603) ya escribió sobre la imposibilidad de separar los polos magnéticos de un imán partiéndolo por la mitad. Esta experiencia se puede hacer fácilmente en casa o un laboratorio. Las dos mitades que se obtienen al partir un imán siguen teniendo polo norte y polo sur, lo que sugiere que en los polos de un imán no hay acumulación de una supuesta «carga magnética». Por otro lado, el experimento de Oersted en 1819 demostró que una corriente eléctrica crea en su entorno un campo magnético, lo que también apoya

Las líneas de campo magnético no tienen ni principio ni final. Por tanto toda línea que entra en una superficie cerrada saldrá de ella y el flujo neto será nulo.



la idea de que no es necesario recurrir a la existencia de carga magnética para explicar fenómenos magnéticos. Y existe una diferencia fundamental entre las líneas de fuerza generadas por cargas y las líneas de fuerza magnéticas creadas por un cable de corriente. Las primeras emanan de cargas eléctricas positivas y terminan en cargas negativas. Las segundas parecen ser cerradas en muchos casos. No hay puntos donde empiecen o terminen que puedan ser identificados como lugares con carga magnética. Por tanto, el flujo de estas líneas a través de una superficie cerrada debe de ser nulo.

DIVERGENCIA

El concepto de flujo es tremendamente útil en la teoría electromagnética. Pero Maxwell, inspirado probablemente por la teoría analítica del calor de Joseph Fourier, quería emplear conceptos matemáticos locales, o sea, referidos al entorno inmediato de un punto, como las derivadas parciales con las que Fourier escribía sus ecuaciones. El flujo no tiene ese carácter local puesto que se evalúa a partir del valor del campo correspondiente en todos los puntos que integran una superficie y no necesariamente en la proximidad de un único punto.

Sin embargo se puede definir un concepto local que hoy se conoce como divergencia a partir del concepto de flujo. Maxwell lo bautizó originalmente como «convergencia» porque lo imaginó justo al contrario. La divergencia se define como el flujo por unidad de volumen a través de una superficie que encierra a dicho punto y cuyas dimensiones tienden a cero. Por tanto la divergencia proporciona una idea de si el campo es saliente o entrante en el entorno de un punto. Cuando la divergencia es positiva, los vectores campo o las líneas de campo correspondientes parecen emanar, nacer o divergir de ese punto. Cuando la divergencia es negativa, los vectores parecen confluir o converger hacia ese punto. Cuando la divergencia en un punto es cero, los vectores no convergen ni divergen. Simplemente pasan por él, sin emanar ni confluir en su entorno.

Si las componentes cartesianas de un vector $\vec{D}$ son (D_x, D_y, D_z) entonces la divergencia del dicho vector se puede calcular matemáticamente en términos de derivadas parciales de la siguiente manera:

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}.$$

Cada una de estas tres derivadas parciales representa la contribución de cada componente cartesiana del campo al flujo por unidad de volumen.

Según el teorema de Gauss, el flujo del vector desplazamiento eléctrico coincide con la carga que hay dentro de una superficie cerrada. Si se divide dicha carga por el volumen en el límite en que este se reduce a cero, la propiedad que se obtiene es la densidad de carga ρ. Por tanto, al igualar la expresión de la divergencia con la definición de densidad de carga se llega a la siguiente igualdad:

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho,$$

Esta es una de las ecuaciones de Maxwell. Aparece con una expresión muy similar a esta en *On Physical Lines of Force* (ecuación 115). Pero también fue incluida en «A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field» (ecuación G) y en *A Treatise on Electricity and Magnetism*, con algunos cambios menores. La suma de tres derivadas que aparece en el miembro de la izquierda puede escribirse simbólicamente de una manera más compacta como el producto escalar del operador de Hamilton por el vector desplazamiento eléctrico, quedando esta ecuación:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho.$$

Esta es una de las formas más habituales en que podemos encontrarla actualmente. En el capítulo IX del volumen II de *A Treatise on Electricity and Magnetism*, dedicado a las ecuaciones generales del campo electromagnético, aparece una forma muy similar a esta pero con cuaterniones en lugar de vectores:

$$S\nabla\mathfrak{D} = e.$$

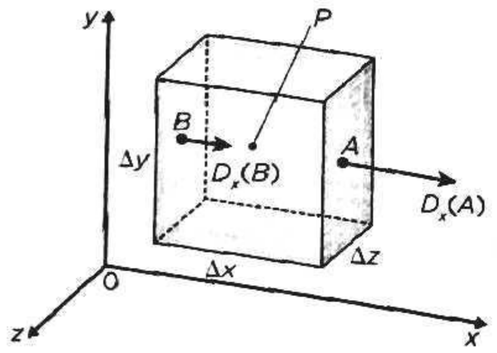
DIVERGENCIA COMO FLUJO LOCAL

La divergencia de un vector $\vec{D}$ en un punto P se puede calcular con ayuda de un paralelepípedo muy pequeño, como el de la figura inferior, de dimensiones Δx, Δy y Δz. Los flujos a través de las caras perpendiculares al eje x, A y B, se pueden aproximar como $D_x(A)\Delta y\Delta z$, y $-D_x(B)\Delta y\Delta z$. El signo menos significa que el flujo entrante por la cara B se considera negativo mientras que el flujo saliente por la cara A es positivo. El flujo neto a través de esas dos caras sería:

$$D_x(A)\Delta y\Delta z - D_x(B)\Delta y\Delta z = (D_x(A) - D_x(B))\Delta y\Delta z.$$

Para conseguir una propiedad local, el siguiente paso es reducir las dimensiones del paralelepípedo hasta que se confunda con el punto. Se define entonces la divergencia como el flujo por unidad de volumen cuando el volumen V del paralelepípedo tiende a cero. Al tomar este límite con el flujo a través de las caras A y B se obtiene:

$$\lim_{V \to 0} \frac{(D_x(A) - D_x(B))\Delta y\Delta z}{\Delta x\Delta y\Delta z} = \lim_{x \to 0} \frac{D_x(A) - D_x(B)}{\Delta x} = \frac{\partial D_x}{\partial x}.$$



La diferencia de flujo a través de las caras A y B se debe a que la componente x del campo es diferente en esas dos caras.

Por tanto, esta derivada se puede interpretar como el flujo local por unidad de volumen asociado a la componente x del campo. Las otras dos derivadas tienen interpretaciones análogas.

En esta ecuación, e simboliza la densidad de carga, y $\mathfrak{D}$ el cuaternión correspondiente al concepto de vector desplazamiento. Como Maxwell utilizó gran parte de los alfabetos griego y latino tuvo que recurrir a letras góticas para simbolizar los cuaterniones. La letra S que aparece en el primer miembro indica que hay que quedarse con la parte escalar del cuaternión.

Desde un punto de vista físico, esta ecuación de Maxwell liga el vector desplazamiento eléctrico con una de las fuentes de campo eléctrico, las cargas. Pero lo hace en el entorno de un punto. Según la interpretación geométrica del concepto de divergencia, el vector

desplazamiento eléctrico tiende a divergir en aquellos puntos donde hay carga eléctrica positiva y a converger en aquellos otros donde la carga es negativa. Lo mismo se puede decir del vector campo eléctrico cuando se satisface la relación $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, como ocurre en el vacío y muchos materiales. En los puntos donde no hay carga la divergencia es nula y por tanto las líneas de campo no pueden empezar ni acabar en esos puntos.

¿Y qué ocurre con la divergencia del vector $\vec{B}$? El campo magnético tiene líneas sin principio ni final, cerradas en muchos casos. Por tanto, su divergencia debe ser nula en todo punto:

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0.$$

Esta es otra de las ecuaciones de Maxwell en su versión moderna. Apareció también en *On Physical Lines of Force* (ecuación 56). Sin embargo, en trabajos posteriores dejó de aparecer porque Maxwell escribió el vector $\vec{B}$ en función de otro vector conocido como vector potencial magnético $\vec{A}$. Esta sustitución no quiere decir necesariamente que Maxwell pensase que esta ecuación no tenía carácter fundamental para problemas de electromagnetismo. Simplemente la reemplazó por algo equivalente. Fue rescatada en esta forma explícita por el físico Heinrich Hertz (1857-1894) años más tarde.

ROTACIONAL

James Maxwell introdujo otro operador matemático que terminó siendo fundamental en el cálculo vectorial. Él lo denominaba con el término inglés *curl*, que significa «rizo» o «bucle», pero en la terminología científica fue traducido al español como «rotacional». Al igual que ocurre con la divergencia, el rotacional es un concepto local que describe lo que ocurre en el entorno más próximo de un punto. Para introducir de una manera intuitiva el concepto rotacional se puede emplear la misma analogía que utilizó Maxwel para matematizar el concepto de campo en su primer trabajo sobre la teoría electromagnética: el campo como un fluido.

El campo vectorial de velocidades que describe el movimiento del fluido se simboliza aquí como $\vec{V}$, pero las conclusiones que se extraigan se pueden extrapolar fácilmente a cualquier otro campo vectorial. La idea de partida es averiguar qué condición tiene que cumplir este campo en el entorno de un punto para que al colocar una diminuta rueda de paletas en dicho punto la haga girar. Para empezar se puede afirmar que el campo de velocidades no puede ser uniforme porque un fluido que se mueva con la misma velocidad en todos los puntos arrastrará la rueda, pero no la hará girar. Por tanto, $\vec{V}$ tiene que variar en la proximidad del punto que se analiza. La pregunta entonces es ¿cómo debe hacerlo para que la rueda gire?

La figura 6 muestra un campo paralelo al eje y cuya componente en esa dirección V_y crece con x. Matemáticamente se puede expresar esta condición con la siguiente desigualdad:

$$\frac{\partial V_y}{\partial x} > 0.$$

Es fácil ver que este campo hace que la rueda gire en torno a un eje paralelo al eje z en sentido contrario al de las agujas del reloj. La figura 7 muestra una situación diferente. En este caso el campo solo tiene componente x, y esta crece al aumentar la coordenada y. Matemáticamente se satisface:

$$\frac{\partial V_x}{\partial y} > 0.$$

En la figura 6 el campo de velocidades del fluido hace girar la rueda en sentido contrario a las agujas del reloj mientras que la rueda de la figura 7 gira en sentido horario. En este último caso el eje de giro cambia de orientación porque el sentido de giro es opuesto.

FIG. 6

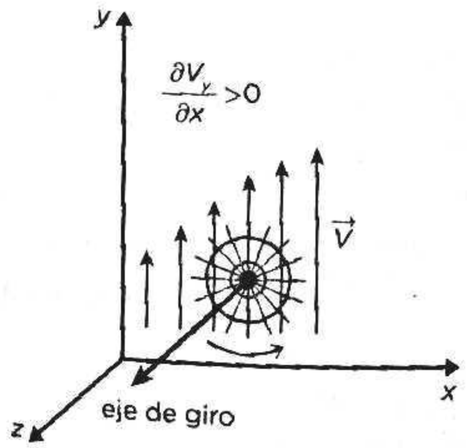
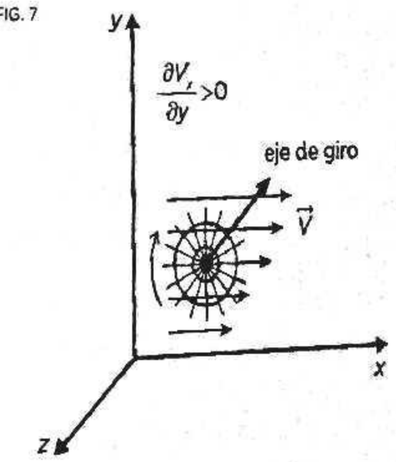


FIG. 7



Como se puede concluir fácilmente, en la figura 7 la rueda gira en sentido horario, y por tanto en contra del sentido de giro anterior. Por esa razón el eje de giro se dibuja en la dirección del semieje $-z$.

En los dos casos anteriores el campo era unidireccional. Un campo vectorial bidimensional que cambie de dirección de un punto a otro se obtendrá como superposición de dos unidireccionales. Puesto que el primero hace girar la rueda en un sentido y el segundo en contra, el campo bidimensional hará girar la rueda en sentido contrario a las agujas del reloj si la primera derivada parcial es más grande que la segunda:

$$\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} > 0.$$

La diferencia de derivadas parciales que aparece en esta desigualdad es la componente z del rotacional. En este punto es conveniente recordar que la operación derivada parcial con respecto a x (en la expresión anterior $\partial/\partial x$) puede considerarse, simbólicamente hablando, como la componente x del operador de Hamilton, $\vec{\nabla}$. También se puede representar como ∇_x. Análogamente, la derivada parcial respecto a y se puede simbolizar como ∇_y. Por lo que el componente z del rotacional puede reescribirse como:

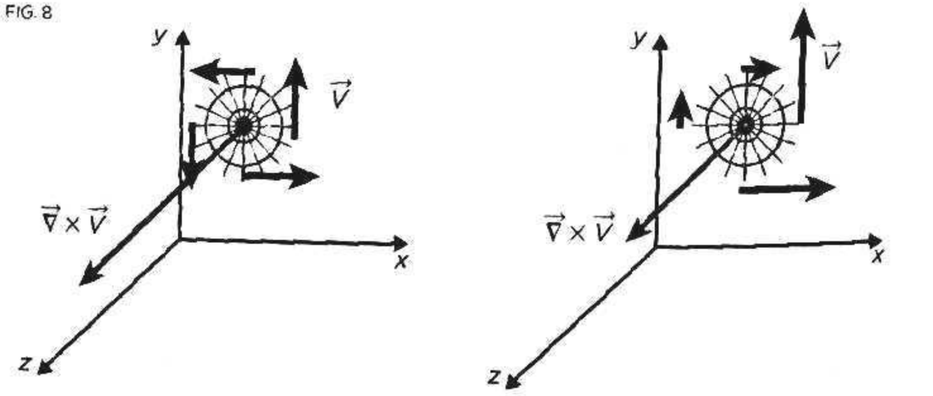
$$\nabla_x V_y - \nabla_y V_z.$$

Si $\vec{\nabla}$ fuera un vector normal, esta expresión correspondería a la componente z del producto vectorial $\vec{\nabla} \times \vec{V}$. Por lo que, generalizando este razonamiento a las tres direcciones del espacio, el rotacional del campo $\vec{\nabla}$ se puede representar simbólicamente como $\vec{\nabla} \times \vec{V}$.

Es importante resaltar el hecho de que el rotacional es un vector paralelo al eje en torno al que giraría una diminuta rueda de paletas al situarla en un punto dado si el campo fuese un fluido. En el caso de campos en una o dos dimensiones, el rotacional es perpendicular al plano que los contiene.

Representación de dos situaciones en la que el fluido hace girar la rueda en sentido contrario a las agujas del reloj. El rotacional es paralelo al eje de giro en ambas.

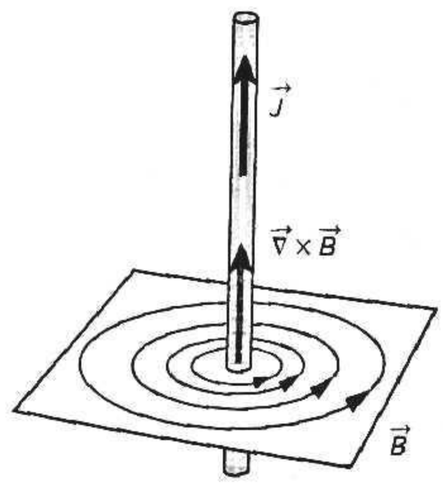
FIG. 8



EL ROTACIONAL DEL CAMPO MAGNÉTICO

Las líneas de campo magnético de un cable conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica son circunferencias concéntricas en torno a dicho cable (véase figura 9). Si el campo se convirtiese en un fluido con el mismo patrón de líneas de corriente y se situara una rueda de paletas justo en el punto por donde pasa la corriente, la haría girar. De acuerdo con lo dicho anteriormente, se puede afirmar que en el punto por donde pasa la corriente ($\vec{J} \neq 0$) el rotacional del campo magnético es distinto de cero: $\vec{\nabla} \times \vec{B} \neq 0$. Pero además resulta que el rotacional es perpendicular a las líneas de campo y la corriente también. Los vectores y $\vec{\nabla} \times \vec{B}$ y $\vec{J}$ son por tanto paralelos. Parece lógico pensar que ambos vectores son proporcionales.

FIG. 9



El campo magnético gira en torno a la corriente, por lo que el rotacional del campo y el vector densidad de corriente son paralelos.

De hecho, la ley de Ampère en forma diferencial establece que la constante de proporcionalidad entre ambos es la permeabilidad magnética del medio μ por lo que se puede escribir esta ley como:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J}.$$

Recordando que $\vec{B} = \mu \vec{H}$, la ley de Ampère también se puede escribir como:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}.$$

Maxwell dedujo por primera vez este resultado en su trabajo *On Physical Lines of Force* con ayuda de su teoría de vórtices. Pero se debe resaltar que incluyó un término adicional, al que llamó «corriente de desplazamiento», que había concebido al dotar de cierta elasticidad las celdas rotantes de su teoría. Este término fue añadido para tener en cuenta los pequeños desplazamientos que podían experimentar las partículas con carga, que en el caso de materiales no conductores permanecían casi fijas. Con este término adicional la expresión anterior finalmente queda como sigue:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

En lugar de esta expresión vectorial, Maxwell escribió tres ecuaciones escalares equivalentes (ecuaciones 112 en su artículo), que también fueron incluidas como una ley fundamental del electromagnetismo en «A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field» (ecuaciones C) y en *A Treatise on Electricity and Magnetism*, aunque con pequeños cambios. Una versión compacta también apareció en su tratado de electricidad y magnetismo haciendo uso de cuaterniones.

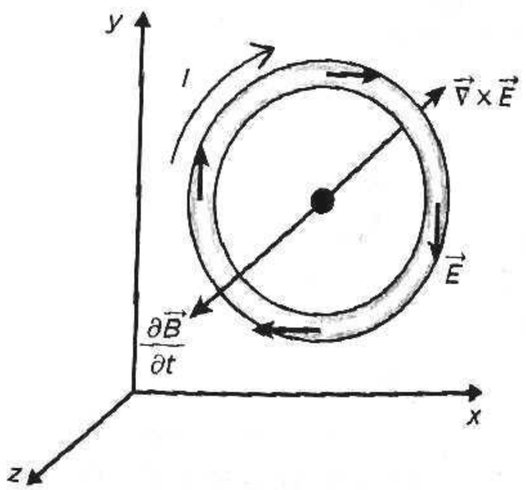
Esta expresión recibe el nombre de «ley de Ampère-Maxwell» en forma diferencial. La inclusión del último término supuso un gran salto conceptual que inicialmente no fue bien entendido ni aceptado por muchos. Pero gracias a ese término el físico escocés fue capaz de concebir la existencia de ondas electromagnéticas. La generación y detección de ondas electromagnéticas en un laboratorio fue la prueba definitiva de que tanto las corrientes eléctricas como los campos eléctricos variables en el tiempo pueden originar un campo magnético que cambiaba de un punto a otro. Por tanto, esta ley relaciona las corrientes eléctricas y los campos eléctricos variables en el tiempo que se tienen en un punto con el campo magnético no uniforme que generan en su entorno más próximo.

EL ROTACIONAL DEL CAMPO ELÉCTRICO

El año en que nació Maxwell, Faraday probó que la condición necesaria para que hubiera corriente inducida en un circuito era que el flujo del campo magnético que lo atravesaba cambiara con el tiempo. Esta ley se puede expresar también en forma local imaginando un punto del espacio en el que el campo magnético varía temporalmente. Por tanto en ese punto el campo satisface que $\partial \vec{B}/\partial t \neq 0$. Al aplicar la ley de Faraday lo verdaderamente importante es esta derivada del campo y no el propio campo.

Si se coloca una espira diminuta de material conductor en esa región del espacio de forma que la superficie de la espira sea perpendicular a $\partial \vec{B}/\partial t$, tal y como se muestra en la figura 10, la ley de Faraday afirma que en esa espira aparecerá corriente inducida, que está generada por un campo eléctrico $\vec{E}$. Este campo es muy diferente al que crean las distribuciones de carga eléctrica estáticas, que «emana» de las cargas eléctricas positivas y «muere» en regio-

FIG. 10



El campo eléctrico inducido gira en torno a la derivada del campo magnético. El rotacional del campo eléctrico inducido y la derivada del campo magnético tienen la misma dirección, pero sentidos opuestos.

nes cargadas negativamente. Las líneas del campo eléctrico generado por un campo magnético variable en el tiempo no empiezan ni terminan en ningún sitio. Pueden ser cerradas y girar en torno a una dirección dada, como se aprecia en la figura 10. Dicho de otro modo, este campo eléctrico tiene un rotacional no nulo, perpendicular al plano de la espira, y por tanto paralelo a $\partial\vec{B}/\partial t$, aunque orientado en sentido opuesto.

Parece razonable pensar que los vectores $\partial\vec{B}/\partial t$ y $\vec{\nabla}\times\vec{E}$ son proporcionales. De hecho, tienen las mismas dimensiones físicas, por lo que podrían igualarse directamente. Pero la figura anterior también muestra que ambos vectores tienen sentidos opuestos. Por tanto, la ley de Faraday adquiere la siguiente forma local:

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.$$

Maxwell escribió tres ecuaciones escalares equivalentes a esta expresión vectorial en su trabajo *On Physical Lines of Force*. Son las ecuaciones número 54, aunque no siguió este razonamiento, sino que utilizó la teoría de vórtices. Sin embargo, estas ecuaciones no volvieron a aparecer en sus trabajos posteriores. La razón es la misma que explica la desaparición de la expresión relativa a la divergencia de $\vec{B}$: este vector fue reemplazado por el vector potencial magnético $\vec{A}$. La relación entre ambos se establece también en términos del rotacional:

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}.$$

Esto contribuyó a que las ecuaciones de Maxwell en sus primeras versiones tuvieran un aspecto algo más complejo que el actual. Pero, ¿por qué Maxwell prefería emplear en sus ecuaciones el potencial vector? Tal vez la razón pueda encontrarse años atrás, cuando tras graduarse en Cambridge inició sus estudios sobre los fenómenos electromagnéticos. Por un lado, su amigo y mentor William Thomson ya había propuesto esta relación entre los vectores $\vec{B}$ y $\vec{A}$. Otra causa sobre la desaparición del vector $\vec{B}$ puede encontrarse en *On Faraday's Lines of Force*. En este trabajo Maxwell no solo dotó al concepto de campo de un carácter matemático y formal, sino que también dedujo una primera versión

matemática de la ley de Faraday, concluyendo que lo que él llamaba estado «*electro-tónico*» era precisamente el vector potencial magnético. Expresada en términos de este vector, la ley de Faraday adoptaba una forma muy sencilla:

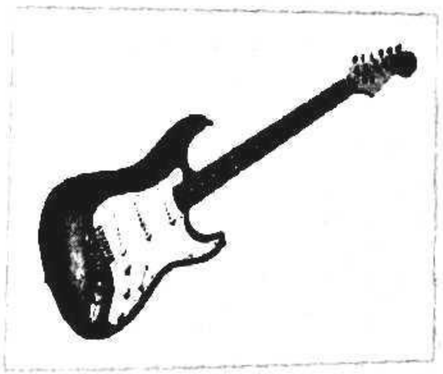
$$\vec{E} = -\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}.$$

Además esta expresión local de la ley de Faraday recordaba a la segunda ley de Newton cuando se escribía en términos del momento lineal, que afirmaba que la fuerza $\vec{F}$ era la derivada con respecto al tiempo del vector momento lineal $\vec{p}$:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Por tanto, esta expresión encajaba a la perfección en la analogía mecánica que Maxwell había diseñado. El campo eléctrico era análogo a la fuerza y el vector potencial magnético era similar al momento lineal. De hecho, él denominaba «momento electromagnético» al vector potencial magnético.

UN CAMPO QUE SUENA MUY BIEN



Un invento en el que se emplea el fenómeno de inducción magnética es la guitarra eléctrica. Las cuerdas de este instrumento están magnetizadas, por lo que a su alrededor generan un campo magnético. Cuando las cuerdas vibran, el campo magnético varía en los puntos del espacio circundante con la misma frecuencia de las cuerdas, por lo que según la ley de Faraday generan campos eléctricos inducidos. A su vez estos pueden crear pequeñas corrientes eléctricas inducidas en una bobina como la que hay en las pastillas de la guitarra. Finalmente esta corriente es amplificada y conducida hasta un altavoz, que produce una nota de la misma frecuencia a la que vibra la cuerda.

LAS ECUACIONES DE MAXWELL HOY EN DÍA

Hoy en día la expresión «ecuaciones de Maxwell» se refiere al conjunto de cuatro ecuaciones vectoriales que relacionan los vectores que describen el campo electromagnético con cargas y corrientes y entre sí. La forma vectorial moderna de estas cuatro ecuaciones es la siguiente:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho,$$
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0,$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

El miembro de la derecha de cada una de estas expresiones vectoriales informa sobre cómo varía un campo en el entorno de un punto. Para ello, Maxwell empleó los dos operadores matemáticos locales que hoy conocemos como divergencia y rotacional. La divergencia de un vector en un punto cuantifica la tendencia de ese campo vectorial a divergir de dicho punto. El rotacional de un vector en un punto «mide» la tendencia que tiene ese vector a girar o arremolinarse en torno al punto siempre que el campo no sea unidimensional. En el miembro de la derecha de cada ecuación aparecen los agentes físicos que originan las variaciones espaciales de estos campos: cargas eléctricas, corrientes eléctricas y otros campos variables en el tiempo. De todo ello se concluye que:

- La primera ecuación, que es la versión diferencial de la ley de Gauss para campos electrostáticos, afirma que el campo eléctrico tiende a «emanar» de aquellos puntos donde hay carga eléctrica positiva y a converger a aquellos otros puntos donde la carga es negativa. Por tanto, las líneas de campo deben empezar en puntos con carga positiva y terminar en puntos con carga negativa.
- La segunda ecuación, que es la ley de Gauss para el magnetismo, establece que las líneas de campo magnético no empiezan ni terminan en ningún sitio porque no existe la «carga magnética».
- La tercera ecuación es la ley de Faraday en forma diferencial (o local, si se prefiere). Afirma que los campos magnéticos que varían en el tiempo en un punto dado (miembro de la derecha) originan campos eléctricos variables en el espacio (miembro de la izquierda), que tienden a girar en torno al campo magnético cuando tienen más de una dimensión y pueden cambiar de dirección.
- Según la cuarta ecuación, habitualmente denominada «ley de Ampère-Maxwell», tanto las corrientes eléctricas como los campos eléctricos variables en el tiempo (miembro de la derecha) originan campos magnéticos variables en el espacio (miembro de la izquierda), que tienden a girar en torno a estas corrientes y campos eléctricos si tienen más de una dimensión.

Las corrientes de desplazamiento a las que se refería Maxwell están asociadas en realidad a estos campos eléctricos que experimentan cambios temporales, independientemente de que el punto que se analiza esté en un material o en el vacío. Esta fue una de las aportaciones más novedosas y relevantes de la obra de este físico.

> «La intuición de Maxwell mantuvo la simetría entre los campos magnético y eléctrico. Esta decisión esencialmente estética hizo más por nuestra civilización que cualquier decena de presidentes o primeros ministros recientes.»
>
> CARL SAGAN (ASTRÓNOMO Y DIVULGADOR), *EL MUNDO Y SUS DEMONIOS.*

Al poner juntas las leyes de Faraday y Ampère-Maxwell se observa cierto parecido entre ellas. En ambos casos, un campo variable en el tiempo puede ser fuente del otro. Esta simetría, que es fundamental para poder entender cómo se propagan las ondas electromagnéticas, fue probablemente la que impulsó a Maxwell a creer firmemente en las corrientes de desplazamiento, a pesar de que no tenía una prueba experimental directa de su existencia.

LAS ECUACIONES DE MAXWELL ORIGINALES

En este punto merece la pena echar un vistazo a las ecuaciones de Maxwell originales (figura 11) que aparecen en su trabajo más importante, «A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field», y compararlas con su forma actual, descrita en el apartado anterior.

Ecuaciones de Maxwell tal y como aparecieron en su artículo *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field* en 1865.

FIG. 11

$$\left.\begin{aligned} p' &= p + \frac{df}{dt}, \\ q' &= q + \frac{dg}{dt}, \\ r' &= r + \frac{dh}{dt}, \end{aligned}\right\} \text{(A)} \qquad \left.\begin{aligned} \mu\alpha &= \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz}, \\ \mu\beta &= \frac{dF}{dz} - \frac{dH}{dx}, \\ \mu\gamma &= \frac{dG}{dx} - \frac{dF}{dy}. \end{aligned}\right\} \text{(B)}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz} &= 4\pi p'. \\ \frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} &= 4\pi q', \\ \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} &= 4\pi r'. \end{aligned}\right\} \text{(C)} \qquad \left.\begin{aligned} P &= \mu\left(\gamma\frac{dy}{dt} - \beta\frac{dz}{dt}\right) - \frac{dF}{dt} - \frac{d\Psi}{dx}, \\ Q &= \mu\left(\alpha\frac{dz}{dt} - \gamma\frac{dx}{dt}\right) - \frac{dG}{dt} - \frac{d\Psi}{dy}, \\ R &= \mu\left(\beta\frac{dx}{dt} - \alpha\frac{dy}{dt}\right) - \frac{dH}{dt} - \frac{d\Psi}{dz}. \end{aligned}\right\} \text{(D)}$$

$$\left.\begin{aligned} P &= kf, \\ Q &= kg, \\ R &= kh. \end{aligned}\right\} \text{(E)} \qquad \left.\begin{aligned} P &= -\varrho p, \\ Q &= -\varrho q, \\ R &= -\varrho r. \end{aligned}\right\} \text{(F)}$$

$$e + \frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz} = 0 \text{ (G)} \qquad \frac{de}{dt} + \frac{dp}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dr}{dz} = 0 \text{ (H)}$$

A primera vista, la apariencia es tan diferente que cuesta reconocer alguna de las actuales ecuaciones de Maxwell entre las originales. Uno de los aspectos de la notación que complica bastante la comparación entre ambas formas es que Maxwell no empleaba subíndices para referirse a las componentes cartesianas de un vector. En su lugar utilizaba letras consecutivas del alfabeto. Por ejemplo, las componentes del vector desplazamiento eran f, g y h, mientras que en notación cartesiana son D_x, D_y y D_z. Si se tiene esto en cuenta, se puede reconocer en la ecuación G la divergencia del vector desplazamiento eléctrico. Por tanto esta ecuación es ley de Gauss para el campo eléctrico. Lo que hoy se denomina ley de Ampère-Maxwell apareció fraccionada en las ecuaciones A y C. Las ecuaciones C son las tres ecuaciones escalares correspondientes a $\vec{\nabla} \times \vec{H}$. Y las ecuaciones A son la corriente total.

> «El descubrimiento de las leyes del electromagnetismo por Maxwell será considerado el acontecimiento más importante del siglo XIX.»
>
> RICHARD FEYNMAN, PREMIO NOBEL EN 1965, *THE FEYNMAN LECTURES ON PHYSICS*.

La ley de Gauss para el campo magnético y la ley de Faraday aparecen enmascaradas en la forma original porque Maxwell prefirió emplear el vector potencial magnético $\vec{A}$ en lugar de $\vec{B}$. Ambas leyes se incluyeron implícitamente en las ecuaciones B y D, respectivamente.

Maxwell también consideró ecuaciones fundamentales la relación entre los vectores $\vec{D}$ y $\vec{E}$, que denominaba «ecuación de la elasticidad eléctrica» (ecuación E), y la ley de Ohm (ecuación F). Hoy esas relaciones siguen considerándose fundamentales para el electromagnetismo pero no aparecen explícitamente junto a las cuatro ecuaciones de Maxwell modernas.

Las ecuaciones D tienen también un carácter fundamental porque establecen la conexión entre los campos y su manifestación, la fuerza. Su expresión vectorial actual es:

$$\frac{\vec{F}}{q} = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B},$$

donde $\vec{F}/q$ es la fuerza por unidad de carga y $\vec{v}$ es el vector velocidad. Esta expresión establece claramente que el campo magnético solo ejerce fuerza sobre cargas en movimiento. Pero a pesar de su carácter tan fundamental, tampoco se escribe junto a las cuatro ecuaciones modernas. Recibe el nombre de fuerza de Lorentz en honor al físico neerlandés Hendrik Antoon Lorentz, que nació en 1853 y fue galardonado con el premio Nobel de Física en 1902.

Pero es importante señalar que cuando Maxwell presentó su trabajo en 1865, Lorentz solo tenía doce años.

Finalmente Maxwell incluyó una última ecuación, la G, que expresaba con ayuda del operador divergencia el principio de conservación de la carga en forma local. Esta ecuación viene a decir en términos matemáticos que cuando la corriente eléctrica confluye hacia un punto, entonces la carga eléctrica se acumula en dicho punto con el paso del tiempo. Por el contrario, cuando la corriente eléctrica emana de un punto, la carga eléctrica en esa región debe disminuir.

ECUACIONES DE MAXWELL Y ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Como se ha comentado, Maxwell no solo sintetizó el electromagnetismo en sus veinte ecuaciones, sino que además descubrió la naturaleza electromagnética de la luz. Esta es una de las hazañas más grandes de la historia de la ciencia y merece la pena explicar cómo las ecuaciones de Maxwell conducen a resultados tan trascendentales como este, aunque sea empleando casos particulares que simplifican bastante los cálculos. En primer lugar se ilustra cómo se puede probar que la luz es una onda transversal.

Según lo narrado en el primer capítulo, Huygens concibió la luz como un movimiento ondulatorio longitudinal análogo a las ondas sonoras. Cuando el sonido se propaga por un medio provoca en él oscilaciones en la misma dirección en que viaja la onda sonora. Gracias a Maxwell, hoy se sabe que la luz consiste en oscilaciones de los campos eléctrico y magnético. Cabe preguntarse si estas oscilaciones pueden producirse en la misma dirección en la que viaja la luz, como ocurre con el sonido. Dicho de otro modo: ¿Pueden las ondas electromagnéticas ser longitudinales?

Para responder a esta pregunta se considerará el caso particular de una onda armónica que viaja en la dirección positiva del eje x por el vacío. La doble periodicidad de las ondas armónicas en el espacio y el tiempo se puede caracterizar con ayuda de la

longitud de onda y el período, respectivamente, que se suelen simbolizar como λ y T. A partir de ellos se calculan el número de ondas $k = 2\pi/\lambda$ y la frecuencia angular $\omega = 2\pi/T$. Si la onda electromagnética fuese longitudinal, el campo eléctrico debería tener componente en ese eje. Por tanto existiría la siguiente función del tiempo t y la coordenada x:

$$E_x(x, t) = E_0 \sin(\omega t - kx).$$

En esta ecuación E_0 es una cantidad constante que representa la amplitud del campo oscilante. En cualquier caso, este campo eléctrico debe satisfacer todas las ecuaciones de Maxwell. Una de estas ecuaciones establece que la divergencia del vector desplazamiento eléctrico en un punto debe ser igual a la densidad de carga que haya en ese punto. Como en el vacío no hay ni cargas ni corrientes la divergencia del vector desplazamiento eléctrico debe ser nula. Pero como el vector campo eléctrico es proporcional a $\vec{D}$, su divergencia también debe ser nula:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0.$$

Como el campo no depende ni de y ni de z, las derivadas parciales con respecto a estas variables son nulas y pueden eliminarse directamente de esta ecuación y de cualquier otra donde intervengan. Por tanto, el hecho de que la divergencia del vector desplazamiento eléctrico sea nula implica que la derivada parcial de $E_x(x, t)$ respecto a x debe también serlo. Si se calcula esta derivada y se iguala a cero queda:

$$-kE_0 \cos(\omega t - kx) = 0,$$

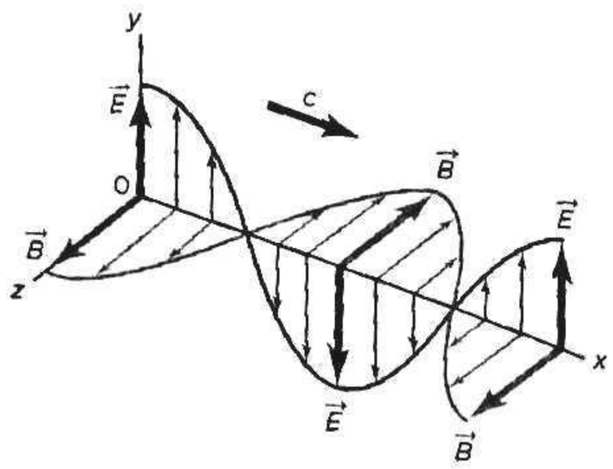
aunque esto solo es posible si $E_0 = 0$. Pero si la amplitud de la componente x del campo es nula, ¡no puede haber componente x de dicho campo!

Por tanto el vector campo eléctrico debe ser perpendicular a la dirección de propagación de esta onda. Y como la divergencia del campo magnético siempre es nula, el mismo razonamiento prueba que el campo magnético también es transversal. Es más,

las ecuaciones de Maxwell prueban que los vectores campo eléctrico y campo magnético, además de ser transversales a la dirección de propagación, son ortogonales entre sí. La figura 12 muestra un ejemplo de cómo se orientan estos campos.

El campo eléctrico y el campo magnético son perpendiculares a la dirección de propagación y perpendiculares entre sí.

FIG. 12



En segundo lugar merece la pena deducir la velocidad a la que se propagan estas ondas a partir de las ecuaciones de Maxwell. Para «emular» la hazaña del físico escocés se emplea de nuevo un caso particular que permite simplificar los cálculos considerablemente: una onda que se propaga por el vacío en dirección paralela al eje x y cuyos campos eléctrico y magnético vibran en las direcciones de los ejes y y z, respectivamente. Con esta geometría, los campos solo dependen de la coordenada x y del tiempo, por lo que todas las derivadas parciales con respecto a las otras dos coordenadas, y y z, son nulas. Además, las únicas componentes de los campos que no son nulas son $E_y(x, t)$ y $B_z(x, t)$.

En el vacío, donde no hay cargas ni corrientes, y con todas las simplificaciones que se han mencionado, las leyes de Faraday y Ampère-Maxwell se reducen a las dos ecuaciones escalares siguientes:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t},$$

$$-\frac{\partial B_z}{\partial z} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}.$$

Si se prescinde de la constante multiplicativa $\mu_0\varepsilon_0$ estas dos ecuaciones vuelven a poner de manifiesto la simetría que existe entre los dos campos: la variación en el tiempo de uno de ellos está asociada a la variación en el espacio del otro. Esto también ayuda a entender cómo se propaga la onda. Por ejemplo, si una antena genera un campo eléctrico variable en el tiempo en un punto del espacio, la ley de Ampère-Maxwell afirma que en el entorno de ese punto aparecerá un campo magnético. Si este también fuese variable en el tiempo generaría a su vez un campo eléctrico en los puntos adyacentes, según la ley de Faraday, y así sucesivamente. O sea, cada uno de los campos funciona como fuente del otro en la propagación de la perturbación.

La velocidad a la que se propaga esta perturbación electromagnética se puede deducir fácilmente si en la segunda de las ecuaciones anteriores, la ley de Ampère-Maxwell, se calcula la derivada con respecto al tiempo:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial B_z}{\partial x}\right) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}.$$

Teniendo en cuenta que las constantes multiplicativas pueden extraerse fuera de la derivada, en el segundo miembro queda una derivada segunda respecto al tiempo del campo eléctrico. En el primer miembro se tiene la derivada respecto al tiempo de la derivada respecto a la posición del campo magnético. Este es un ejemplo de lo que en la teoría de funciones de varias variables se denomina una «derivada parcial mixta» o «cruzada». El teorema de Schwarz garantiza que, si las derivadas parciales mixtas existen y son continuas, entonces puede alterarse el orden de derivación. Por tanto, los papeles de tiempo y posición pueden intercambiarse en el primer miembro de la ecuación para obtener:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial B_z}{\partial t}\right) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}.$$

La ley de Faraday permite sustituir la derivada del campo magnético que hay dentro del paréntesis por la derivada respecto a la posición del campo eléctrico, quedando finalmente la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}.$$

Ahora solo resta comparar con la ecuación diferencial de ondas:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2},$$

donde $f(x - vt)$ es una función que se propaga en la dirección del eje x con velocidad v. La comparación de estas dos ecuaciones revela que el campo eléctrico se propaga como una onda por una cuerda con una velocidad dada en este caso por:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}}.$$

Al sustituir los valores de ε_0 y μ_0 se obtiene una velocidad que coincide numéricamente con la velocidad de la luz c. Por lo que normalmente se escribe:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}}.$$

Para el campo magnético puede llegarse a un resultado similar. Maxwell obtuvo esta ecuación para una onda que viajaba en una dirección arbitraria. Su procedimiento era algo más general.

CAPÍTULO 5

El principio de una nueva era

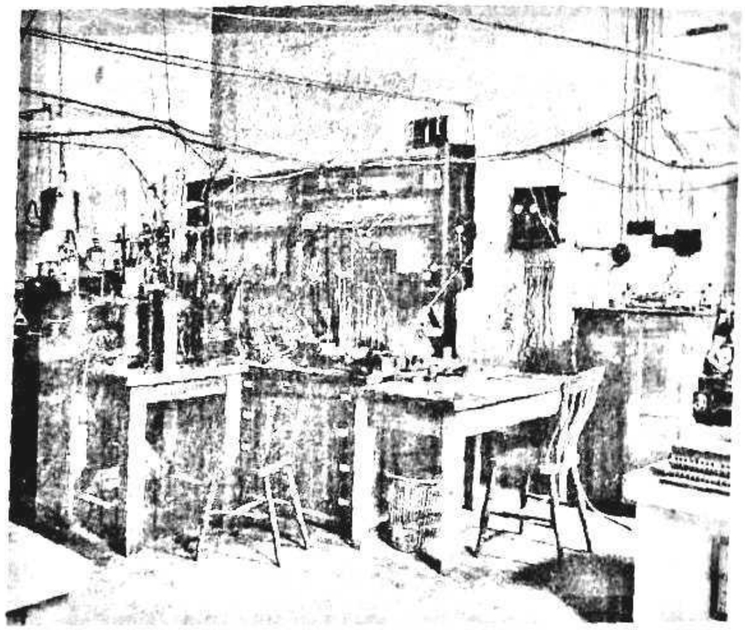
En 1871 Maxwell regresó a Cambridge para ocupar una cátedra de Física Experimental y dirigir el Laboratorio Cavendish. Pero pocos años más tarde la muerte le sorprendió con cuarenta y ochos años de edad y le impidió disfrutar del éxito de su teoría electromagnética. Tampoco pudo ser uno de los protagonistas de una nueva época científica y tecnológica. Fueron otros físicos los que perfeccionaron, difundieron y aplicaron el trabajo de Maxwell.

El 9 de febrero de 1871 se creó en la Universidad de Cambridge la cátedra de Física Experimental. La hizo posible William Cavendish (1592-1676), duque de Devonshire y canciller de la Universidad de Cambridge, que deseaba construir y financiar un laboratorio de física. Pero primero había que elegir al profesor que iba a ocuparla, cuyo deber principal sería «enseñar las leyes del calor, la electricidad y el magnetismo y dedicarse al avance del conocimiento en esos temas». Aunque Maxwell ya había demostrado experiencia sobrada en esas áreas de la física, no fue el primero a quien se la ofrecieron. William Thomson y Hermann von Helmholtz habían declinado previamente la propuesta que se les había hecho. Maxwell accedió finalmente a la plaza el 8 de marzo de 1871. De esta manera regresaba a Cambridge, la universidad que le había visto graduarse como matemático y publicar su primer gran trabajo sobre la teoría electromagnética. James se sentía de nuevo como en casa.

Su primera misión en Cambridge sería supervisar la construcción del Laboratorio Cavendish, como fue conocido posteriormente. Para lograr una idea más clara del diseño del nuevo edificio y del equipamiento instrumental necesario visitó los laboratorios de William Thomson en Glasgow y de un colega en Oxford. Las obras comenzaron en 1872 y no finalizaron hasta la primavera de 1874. A principios de verano de aquel año el edificio ya estaba en funcionamiento. Entre los ayudantes que contrató Maxwell se encon-

EL LABORATORIO CAVENDISH

Maxwell ocupó la cátedra de Física Experimental de la Universidad de Cambridge y dirigió el Laboratorio Cavendish hasta el final de sus días. Le sucedió el físico británico John William Strutt, más conocido como Lord Rayleigh, que recibió el premio Nobel de Física en 1904 por sus estudios sobre la densidad de los gases y el descubrimiento del argón. Después ocupó la cátedra Joseph John Thomson, el descubridor del electrón. A partir de 1919 el Laboratorio Cavendish sería dirigido por Ernest Rutherford, famoso por su modelo atómico. Lord Rayleigh, J. J. Thomson y Rutherford serían los tres primeros de una larga lista de galardonados con el Premio Nobel que trabajaron en el Cavendish. Entre ellos se encuentran Francis Crick y James Dewey Watson, que obtuvieron el galardón por su trabajo sobre la estructura del ADN.



Instrumentación empleada por Ernest Rutherford en el Laboratorio Cavendish.

traba William Garnett, que tras la muerte de Maxwell colaboró con Lewis Campbell en la redacción de su biografía.

La vida del matrimonio Maxwell en Cambridge difería de la que habían llevado en Londres. Por ejemplo, ya no había necesidad de realizar experimentos en casa ya que el laboratorio estaba muy cerca. Otra diferencia era que Maxwell disponía de menos tiempo para

compartir con Katherine ya que sus responsabilidades eran mayores. Pero probablemente lo que más ensombreció la última etapa de la vida de Maxwell fue que el estado de salud de Katherine empeoró considerablemente. Se sentía muy débil y necesitaba cuidados muy a menudo. En una ocasión, Maxwell pasó tres semanas durmiendo por las noches en una silla a su lado, aunque se siguió ocupando de sus clases y del resto del trabajo en el laboratorio. Cuando la salud de su esposa se resentía, él encontraba tiempo para escribir sus trabajos y planear los experimentos del personal del laboratorio, pero tenía que dejar de asistir a conferencias y reuniones científicas.

LOS ÚLTIMOS DÍAS

En la primavera de 1877 Maxwell empezó a tener molestias estomacales, especialmente cuando comía carne. Pero descubrió que el bicarbonato sódico le aliviaba, así que dejó pasar dos años sin consultar a ningún médico. Ya que el problema persistía y el bicarbonato era cada vez menos eficaz, el 21 de abril de 1879 mencionó sus síntomas al doctor que se ocupaba de Katherine, quien le recomendó que tomara leche en vez de carne.

Como había sido habitual durante muchos años Katherine y James regresaron en junio a Glenlair, donde pasaron el verano. En septiembre recibieron la visita de William Garnett y su esposa, que encontraron a Maxwell muy desmejorado. A pesar de ello, James trató de ser un buen anfitrión y les mostró diversos recuerdos de su infancia, como los dibujos que hacía su prima Jemina o los óvalos que había trazado él mismo modificando el método de construcción de la elipse. También dieron un paseo por los alrededores de la vieja casa de piedra y les llevó al lugar donde se bañaba cuando era niño.

Los episodios de dolor agudo no remitían y se hacían cada vez más frecuentes. Maxwell recordaba entonces el tormento que había padecido su madre durante el tiempo que estuvo enferma y podía reconocer en sí mismo los síntomas que a ella le causaban tanto sufrimiento. Pero a pesar de ello quiso tener el diagnóstico de un profesional, así que el 2 de octubre de 1879 lo visitó un mé-

dico de Edimburgo que le dijo que padecía un cáncer de estómago y le quedaba un mes de vida. A partir de ese momento su mayor preocupación fue el bienestar de Katherine cuando él ya no estuviera. Katherine y James decidieron volver a Cambridge para que él pudiera recibir allí una atención médica adecuada. Se sentía tan débil que cuando se bajó del tren apenas pudo mantenerse en pie para llegar hasta el carruaje que los trasladó a su residencia.

«El espíritu de Clerk Maxwell aún vive con nosotros a través de sus escritos imperecederos y hablará a la siguiente generación por los labios de aquellos que se inspiraron en sus enseñanzas y ejemplo.»

Peter Guthrie Tait, publicado en *Nature*.

Durante las últimas semanas su sufrimiento fue grande, pero rara vez se quejaba. Aunque se encontraba muy débil, su mente seguía activa recordando no solo las cuestiones científicas a las que había dedicado su vida sino también sus obras preferidas de la literatura. Por ejemplo, en una ocasión repitió de memoria uno de los pasajes de *El mercader de Venecia*, y se preguntó después por qué Shakespeare había puesto algunos de sus versos favoritos en boca de Lorenzo, uno de sus personajes más frívolos.

James Clerk Maxwell falleció el 5 de noviembre de 1879 en compañía de su esposa Katherine Mary y de uno de sus primos. Tenía entonces cuarenta y ocho años. Su cuerpo fue trasladado a Glenlair, donde fue enterrado junto a los restos de sus padres.

En marzo de ese mismo año había nacido en la ciudad alemana de Ulm Albert Einstein. Una época de grandes cambios estaba comenzando.

RESCRIBIENDO LAS ECUACIONES DE MAXWELL

Tras la publicación de los trabajos de Maxwell muchos de los científicos europeos de la segunda mitad del siglo XIX pensaron que su teoría electromagnética era un formalismo realmente prometedor

para abordar un sinfín de problemas, no solo de electromagnetismo sino también de óptica. Pero los escritos de este gran físico y matemático escocés no eran fáciles de seguir. Hasta su *Treatise*, que había sido concebido como un manual para principiantes, contenía pasajes crípticos y confusos, y también algunos errores. Por lo que incluso los más fieles seguidores de la obra maxwelliana admitieron sin reservas las dificultades que encontraron en su estudio. Un ejemplo muy ilustrativo lo proporciona el físico alemán Heinrich Rudolf Hertz, el primero que consiguió la generación, transmisión y detección de ondas electromagnéticas no luminosas de forma artificial. En una recopilación de escritos de este físico publicada en 1892 se podía leer lo siguiente:

Muchas de las personas que se han lanzado con celo al estudio del libro de Maxwell, e incluso aquellas que no han tropezado con inusitadas dificultades matemáticas, se han visto obligadas a pesar de todo a abandonar la esperanza de formarse por sí mismas una visión consistente y completa de sus ideas. Yo mismo no he tenido mejor suerte.

Henri Poincaré, uno de los científicos franceses más sobresalientes de la época, compartía la opinión de Hertz sobre la dificultad de la teoría electromagnética formulada por Maxwell. En uno de sus libros, que trataba precisamente sobre dicha teoría, dejó escrito:

La primera vez que un lector francés abre el libro de Maxwell un sentimiento de incomodidad e incluso desconfianza se mezcla al principio con el de admiración. Solamente después de una prolongada familiaridad y como resultado de muchos esfuerzos desaparece este sentimiento.

Tras la muerte de Maxwell sus seguidores se enfrentaban por tanto a la ardua tarea de entender, perfeccionar, extender, y difundir su obra. Unos cuarenta de estos seguidores formaron un grupo denominado «los maxwellianos» por algunos historiadores. Muchos de ellos eran británicos y pertenecían al mundo académico. Este subgrupo estaba liderado por George Francis FitzGerald (1851-1901), profesor irlandés en el Trinity College de Dublín, y Oliver

OLIVER HEAVISIDE

Oliver Heaviside fue un físico, matemático e ingeniero inglés, nacido en Londres en 1850. Su familia era de bajo nivel socioeconómico y su escolarización finalizó a los dieciséis años. A partir de esa edad su formación fue autodidacta. Solo trabajó como telegrafista, empleo que dejó a los veinticuatro años para dedicarse a la publicación de artículos científicos el resto de su vida. A partir de entonces fue mantenido económicamente por su familia y sus amigos, con los que no se relacionaba fácilmente debido a sus modos groseros e irrespetuosos. Una infancia difícil y la sordera que padeció a partir de un episodio de escarlatina contribuyeron a una personalidad compleja y un carácter muy poco sociable que le condujo a una polémica detrás de otra durante su vida. Aunque dedicó gran parte de su vida a entender e impulsar la obra de Maxwell, los primeros artículos de Heaviside versaron sobre la teoría de circuitos eléctricos y la propagación de señales eléctricas en cables telegráficos. También introdujo el cálculo operacional con el que pretendía enfrentarse a ecuaciones diferenciales transformándolas en ecuaciones algebraicas. Pero sus métodos eran tan poco ortodoxos que desconcertaba y enojaba a muchos matemáticos.

Joseph Lodge (1851-1940), físico británico que impartía clases en la Universidad de Liverpool. Pero también había personas que no tenían formación universitaria, como Oliver Heaviside, o que al principio trabajaron en esta labor de manera independiente, como Hertz.

Heaviside relataba lo que sintió cuando se topó con el libro de Maxwell en una carta escrita hacia el final de su vida. Según narraba en ella, en aquella época se «esforzaba por entender la electricidad y el magnetismo en medio de una gran oscuridad». Se lamentaba con estas palabras de que no existiera una teoría completa que le facilitase la tarea. Cuando encontró el tratado de Maxwell en la biblioteca, leyó el prólogo y algunos pasajes. Aunque no podía entenderlo bien debido a las matemáticas concluyó que «era genial, lo más grande, con posibilidades prodigiosas», y se propuso estudiarlo concienzudamente y llegar a dominarlo. Esa tarea le llevó varios años.

Pero Heaviside no se conformó con entender las ideas y ecuaciones de Maxwell, sino que también quiso escribirlas de una manera más sencilla. Como se comentó en el capítulo anterior, Maxwell había utilizado parcialmente el potencial eléctrico y el vector potencial magnético para formular su síntesis electromagnética. Pero sus ecuaciones escritas en términos de estas dos funciones no mostraban claramente la simetría que se aprecia cuando se escriben solo en función de los vectores de los campos. A Heaviside no le convencía el uso de los potenciales: «Creo que es un hecho reconocido que ni el mismo Maxwell entendía cómo funcionaban». Pensaba además que únicamente los campos tenían sentido físico pero, en su opinión, los potenciales eran algo metafísico. Por lo que reescribió las ecuaciones de Maxwell solo en términos de los campos. Hertz llegó a la misma conclusión siguiendo su propia deducción de las ecuaciones de Maxwell.

«Hay almas grandes y pequeñas. Las de Shakespeare o Newton son extraordinariamente grandes y viven la mejor parte de sus vidas después de morir. Maxwell es uno de esos hombres. Su alma vivirá y crecerá en tiempos venideros y durante cientos de años resplandecerá como una de las estrellas brillantes del pasado cuya luz tarda siglos en alcanzarnos.»

OLIVER HEAVISIDE.

A pesar de competir por el mismo objetivo y de la facilidad de Heaviside para ganarse enemistades, este y Hertz se hicieron buenos amigos. Aunque se mantuvieron en contacto por correspondencia durante años nunca se encontraron cara a cara porque el físico londinense así lo quiso. En 1890 Hertz viajó a Londres para recibir la medalla Rumford de la Royal Society. Allí el físico alemán se encontró con William Thomson, George Stokes, Oliver Lodge y George Francis FitzGerald. Heaviside tan solo tenía que haber recorrido unas pocas millas para encontrarse con ellos, pero su carácter antisocial se lo impidió. Era una persona ingeniosa, pero también podía llegar a ser bronco en el trato e hiriente en sus críticas. Aunque al hablar de Maxwell no solía escatimar elogios.

ECUACIÓN DEL TELÉGRAFO E INDUCCIÓN MAGNÉTICA

En 1855 William Thomson había propuesto una ecuación diferencial para el estudio de la propagación de señales eléctricas en cables telegráficos que era formalmente idéntica a la que había obtenido Fourier para la propagación del calor. Por tanto, las señales eléctricas deberían extinguirse al recorrer el cable de la misma manera que las oscilaciones térmicas en el mar se atenuaban con la profundidad. La teoría de Thomson era válida para señales de baja frecuencia, para las que el cable se comportaba como un condensador enorme, pero fallaba para señales de alta frecuencia. Dado que las frecuencias altas estaban presentes en las señales de voz humana, la teoría de Thomson no era adecuada para la telefonía. Oliver Heaviside corrigió la ecuación de Thomson incluyendo los fenómenos inductivos, que eran importantes para señales que variaban rápidamente. Si $v(x, t)$ representaba el voltaje a una distancia x y en un tiempo t, y R, C y L designaban la resistencia, capacidad y coeficiente de autoinducción por unidad de longitud, respectivamente, entonces:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = RC\frac{\partial v}{\partial t} + LC\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}.$$

Cuando dominaba el último término de esta ecuación, que William Thomson no había considerado en su teoría, la propagación a largas distancias era viable. Heaviside también probó que era posible transmitir señales telefónicas sin distorsión apreciable a largas distancias gracias al fenómeno de autoinducción magnética. Esta idea la expresaba en *Electromagnetic Theory* con afirmaciones como «La autoinducción es la salvación» o «Si el amor es lo que hacer girar al mundo, la autoinducción es lo que hace que la ondas electromagnéticas den vueltas alrededor de él». Su fe en la inducción chocaba frontalmente con las creencias de William Henry Preece, el jefe de la Oficina Postal Británica, que creía que los fenómenos de inducción eran nocivos. Este fue el origen del duro enfrentamiento que mantuvieron Heaviside y Preece.

VECTORES CONTRA CUATERNIONES

El afán de Oliver Heaviside por escribir las ecuaciones de Maxwell de una manera más simétrica, elegante y atractiva le hizo también plantearse cómo podría formularlas de manera más reducida. Él pensaba que veinte ecuaciones eran demasiadas para poder apreciar su belleza y además ocupaban mucho espacio.

En su tratado sobre electricidad y magnetismo, Maxwell ya había escrito sus ecuaciones de una forma más compacta con ayuda de dos invenciones de Hamilton, los cuaterniones y el operador ∇. Probablemente lo hizo por la amistad que le unía a Peter Tait desde niño, porque Maxwell no estaba plenamente convencido de que esa fuera la forma definitiva de sus ecuaciones.

Como se mencionó en el capítulo anterior el uso que hizo el físico y matemático escocés de la invención de Hamilton fue más nominal que real, ya que sus cuaterniones eran en realidad vectores o escalares puros. A Heaviside tampoco le convencía el uso de los cuaterniones. En particular, le resultaba especialmente molesto el hecho de que el producto de un cuaternión por sí mismo fuese una cantidad negativa. Esto generaba problemas al calcular el módulo de un vector o cantidades como la energía cinética. Por lo que se propuso extraer de los cuaterniones la parte vectorial que contenían. Heaviside lo contaba así:

> Los cuaterniones eran en su aspecto vectorial antinaturales, no tenían sentido físico y no casaban con las matemáticas escalares habituales. Por lo que los abandoné y me quedé con escalares y vectores puros usando un álgebra vectorial simple en mis artículos a partir de 1883.

En esta tarea contó con un aliado del otro lado del Atlántico, el físico y matemático estadounidense Josiah Williard Gibbs (1839-1903). Él también se había topado con los cuaterniones en la lectura del *Treatise* de Maxwell y llegó a la misma conclusión que Heaviside: no eran lo más adecuado para el estudio del electromagnetismo. En 1884 Gibbs envió copias de su obra titulada *Elements of Vector Analysis* a grandes científicos del momento, entre los que se incluían FitzGerald, William Thomson y Heaviside. También tuvo la idea de enviarle una de esas copias a Peter Tait, sin sospechar la tormenta que esto acabaría provocando. Algún tiempo después Tait acusó a Gibbs de ralentizar el estudio y aplicación de los cuaterniones y calificó su obra como panfleto y «monstruo hermafrodita compuesto de notaciones de Hamilton y Grassmann». Tait se lamentaba además de que Gibbs hubiese fracasado al intentar «comprender el espíritu de los cuaterniones».

La respuesta de Gibbs se publicó en 1891 en la revista *Nature*. El estadounidense proporcionó entonces un argumento demoledor a favor de los vectores de tres dimensiones: estos podían generalizarse fácilmente a cuatro o incluso más dimensiones, mientras que los cuaterniones solo podían construirse en cuatro dimensiones. A lo que Tait respondió: «¿Y para qué necesitan los estudiantes de física un espacio de más de tres dimensiones?»: A partir de ahí, se desencadenó un duro intercambio de opiniones en la que el sarcasmo y cierta agresividad dialéctica eran armas habituales. Tras la muerte de Peter Tait en 1901, William Thomson calificaba este enfrentamiento como «una guerra de treinta años». Como es bien conocido, los vectores ganaron esta guerra. De hecho, William Thomson contribuyó también a esa victoria a pesar de ser amigo de Tait. Ambos habían escrito un libro juntos y Lord Kelvin admitía que hubiese permitido que los cuaterniones apareciesen en él si en algún caso eso hubiese facilitado la redacción o la lectura de la obra.

GENERACIÓN Y DETECCIÓN DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Sin lugar a dudas, la predicción más asombrosa de la teoría de Maxwell fue la existencia de ondas electromagnéticas aunque, curiosamente, este físico no mencionó nada sobre cómo generarlas artificialmente mediante circuitos eléctricos. El primero que se planteó esa cuestión fue Oliver Lodge, uno de los maxwellianos. Dado que las ecuaciones de Maxwell predecían que un circuito en donde la corriente oscilaba con cierta frecuencia era una fuente de ondas electromagnéticas, Lodge propuso en 1879 varios métodos para producir luz por medios eléctricos, pero ninguna de sus ideas funcionó porque no había circuito en el que la corriente pudiese oscilar con frecuencias características de las ondas luminosas. Así que hubo que admitir que solo se podían generar ondas electromagnéticas de frecuencias más bajas que las del espectro visible. Por tanto el problema era doble: había que generar radiación electromagnética pero también había que detectarla, ya que nuestros ojos no podían percibirla.

El primero que consiguió esa hazaña fue Heinrich Hertz en 1887, cuando todavía no había transcurrido ni una década desde la muerte de Maxwell. Su generador estaba compuesto por dos varillas metálicas. En uno de los extremos de cada varilla añadió una esfera grande y en el otro una pequeña. Las esferas grandes funcionaban como un condensador en el que se almacenaba carga eléctrica con ayuda de un dispositivo llamado «bobina de Ruhmkorff». Las esferas pequeñas estaban enfrentadas la una a la otra a una distancia pequeña, y su misión era crear un campo eléctrico tan intenso que provocara descargas intermitentes entre ambas esferas. Hertz pensaba que si la teoría de Maxwell era cierta se generarían ondas electromagnéticas en cada serie de descargas. Para detectarlas podía emplear una varilla conductora doblada en forma de espira con sus extremos enfrentados a corta distancia también. Cuando las ondas generadas alcanzasen la espira deberían producir en ella una corriente inducida que, si era lo suficientemente intensa, también haría

HEINRICH HERTZ

Heinrich Rudolf Hertz nació en Hamburgo en 1857. En su infancia demostró tener unas capacidades fuera de lo común, pues leía clásicos griegos en versión original. Empezó su carrera académica en Dresde estudiando ingeniería pero finalmente se inclinó por la física, que aprendió en Múnich y Berlín junto a Gustav Robert Kirchhoff y Hermann von Helmholtz. Sería este quien intentó motivarlo para que demostrase experimentalmente la existencia de ondas electromagnéticas, algo que consiguió cuando se encontraba en la Universidad de Karlsruhe. También descubrió el efecto fotoeléctrico, que fue explicado años después por Albert Einstein. Su muerte en 1894, cuando tan solo tenía treinta y seis años, truncó una brillante carrera científica.

que saltasen chispas entre los extremos de la espira. En la actualidad las antenas que generan y detectan ondas electromagnéticas lo pueden hacer con voltajes muy pequeños en los que no se generan descargas eléctricas como las que observaba Hertz.

COMIENZA LA ERA DE LAS TELECOMUNICACIONES INALÁMBRICAS

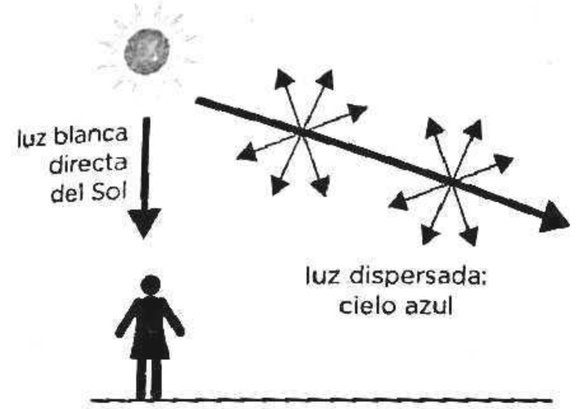
La posibilidad de generar y detectar ondas electromagnéticas constituyó una prueba irrefutable de que la teoría de Maxwell era cierta, pero también se vio en estas ondas la posibilidad de transmitir señales a distancia sin necesidad de hilos. En 1894 Oliver Lodge fue el primero en desarrollar un sistema de telecomunicación inalámbrico con el que era capaz de transmitir señales a unos cien metros de distancia. A partir de entonces se inició una carrera por ampliar el alcance de las señales electromagnéticas que terminó ganando por méritos propios Guglielmo Marconi (1874-1937).

Este ingeniero italiano leyó los trabajos de Hertz sobre generación y detección de ondas electromagnéticas y a partir de ellos construyó los aparatos del físico alemán e incluso los mejoró añadiendo un cohesor, que podía detectar ondas electromagnéticas de intensidad mucho más pequeña que las que había generado Hertz. En 1895 Marconi era capaz de enviar señales a un par de kilómetros. Como el gobierno italiano de entonces no parecía mostrar mucho interés por su invento, se marchó a Inglaterra. En 1898 consiguió transmitir señales a través del Canal de la Mancha y en 1901 logró toda una hazaña: una transmisión telegráfica a través del Océano Atlántico desde Inglaterra hasta Canadá.

Al principio los científicos de la época no acababan de entender cómo era posible que las ondas hicieran este viaje tan largo en el que la curvatura de la Tierra no podía ser ignorada. El físico inglés Arthur Edwin Kennelly (1861-1939) y Oliver Heaviside propusieron de manera independiente la existencia de una capa atmosférica con partículas cargadas que reflejaba las ondas como si fuese un espejo, a la que hoy se denomina «ionosfera». Por tanto, las ondas que emitía Marconi conseguían rodear la Tierra reflejándose sucesivamente en la ionosfera y la superficie terrestre. Este mecanismo de propagación sería el utilizado después en las guías de ondas. La era de las telecomunicaciones había comenzado. Después llegarían la radio, el radar, la televisión y la telefonía inalámbrica.

¿POR QUÉ EL CIELO ES AZUL?

Cuando una onda electromagnética encuentra un obstáculo en su camino parte de ella se esparce en todas direcciones. Este fenómeno se denomina dispersión y puede abordarse matemáticamente a partir de la teoría electromagnética. Lord Rayleigh estudió el caso de un obstáculo esférico de dimensiones mucho más pequeñas que la longitud de onda λ de la radiación incidente y encontró que la energía de la onda dispersada era inversamente proporcional a la cuarta potencia de λ. En el caso de la luz esto implica que se dispersan mucho más intensamente las ondas luminosas con longitudes de onda más corta, que son las que corresponden al color azul. Cuando se mira a un punto del cielo alejado del lugar donde se encuentra el Sol la luz que se percibe es precisamente la que dispersan pequeñas partículas en suspensión o fluctuaciones locales de la densidad de la atmósfera. En esa radiación dispersada dominan las longitudes de onda más cortas por la razón comentada anteriormente, lo que explica el tono azul de gran parte del cielo.

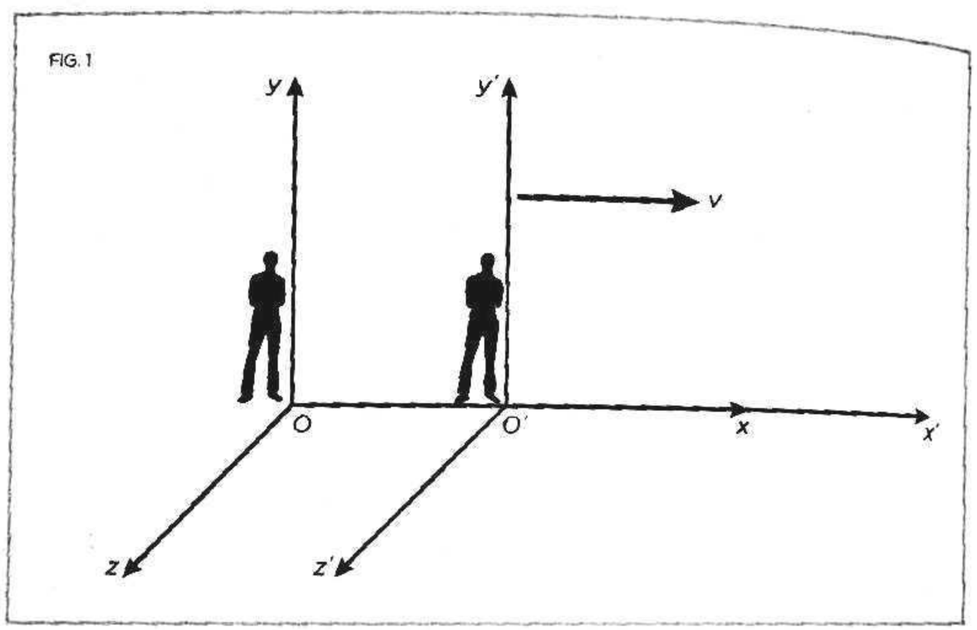


El cielo es azul porque en la radiación electromagnética que dispersan pequeñas partículas. de la atmósfera predominan las longitudes de onda más corta del espectro visible.

El físico alemán Gustav Mie encontró a principios del siglo XX la solución de las ecuaciones de Maxwell para el problema de la dispersión de la radiación electromagnética por un cuerpo esférico sin restricción de tamaño. La teoría de Mie se puede aplicar a las gotitas de agua de las nubes, más grandes que las longitudes de onda del espectro visible, para explicar por qué se ven blancas.

TRANSFORMACIÓN DE GALILEO

Para entender el papel que jugaron las ecuaciones de Maxwell en la gestación de la relatividad especial es conveniente primero revisar qué ocurre con las leyes de la mecánica cuando un observador se mueve con velocidad constante respecto a otro. En la figura 1 se muestran dos observadores O y O' situados en dos sistemas de referencia diferentes, de modo que O' se mueve respecto a O a lo largo del eje x común con un movimiento rectilíneo uniforme de velocidad v.



Dos observadores, O y O', ligados a los sistemas de referencia xyz y $x'y'z'$. O' se mueve con velocidad, v, respecto a O.

La «transformación de Galileo» es el conjunto de ecuaciones que relacionan las coordenadas de un punto en ambos sistemas de referencia, (x, y, z) y (x', y', z'). Para el caso particular que se analiza es fácil demostrar que esas ecuaciones son:

$$x' = x - vt,$$
$$y' = y,$$
$$z' = z.$$

Si se desea, a estas ecuaciones se puede añadir una cuarta, $t' = t$, para enfatizar el hecho de que, en la mecánica newtoniana, el tiempo es el mismo en todos los sistemas de referencia.

Si las ecuaciones anteriores se derivan con respecto al tiempo se obtienen las expresiones que relacionan las velocidades que ven los observadores O y O':

$$\dot{x}' = \dot{x} - v,$$
$$\dot{y}' = \dot{y},$$
$$\dot{z}' = \dot{z}.$$

Según estas ecuaciones, las componentes de la velocidad paralelas a los ejes y y z son las mismas para ambos observadores, pero la componente x de la velocidad difiere de un sistema a otro. Esa diferencia es algo que parece no contradecir el sentido común. Por ejemplo, cuando un vehículo adelanta a otro, la velocidad relativa del primero respecto al segundo se obtiene restando las velocidades de ambos.

Al derivar una segunda vez respecto al tiempo, se obtienen las ecuaciones que relacionan las aceleraciones que describen ambos observadores:

$$\ddot{x}' = \ddot{x},$$
$$\ddot{y}' = \ddot{y},$$
$$\ddot{z}' = \ddot{z}.$$

Si la velocidad con que se mueve un sistema de referencia respecto al otro es constante, entonces las aceleraciones coinciden. Por tanto, si en uno de los sistemas se cumple la segunda ley de Newton, en el otro, también. Se dice en ese caso que los dos sistemas de referencia son inerciales. También es fácil demostrar que se cumple la conservación de la cantidad de movimiento. Dado que estos son los pilares de mecánica newtoniana se concluye por tanto que si las leyes de la mecánica se cumplen para un sistema de referencia, se verifican también para cualquier otro que se mueva con velocidad constante respecto a él. Esto se conoce como «principio de relatividad de Galileo». A comienzos del siglo XVII Galileo enunció este principio en su obra *Diálogo sobre el Gran Sistema del Mundo* afirmando que alguien encerrado dentro de un barco no podía saber si el navío permanecía inmóvil o se desplazaba con velocidad constante porque en ambos casos todos los experimentos de mecánica que se realizasen darían exactamente el mismo resultado.

CONFLICTO ENTRE LA MECÁNICA Y EL ELECTROMAGNETISMO

La pregunta ahora es si las ecuaciones de Maxwell también son las mismas para dos observadores cuando uno de ellos se mueve con velocidad constante respecto al otro. Para responder a esta cuestión solo hay que averiguar si dichas ecuaciones cambian ante una transformación de Galileo como la descrita en el apartado anterior.

Por ejemplo, considérese una de las ecuaciones escalares de la ley de Faraday:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}.$$

Para simplificar un poco el cálculo, se supone que los campos solo dependen de una coordenada espacial, la x, y del tiempo. Por tanto, las derivadas con respecto a otras coordenadas espaciales son nulas, y esta ecuación se reduce a:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}.$$

Ahora se ha de pasar de las variables (x, t) a (x', t'). Dado que $t' = t$, al hacer la transformación de Galileo la derivada parcial respecto al tiempo va a tener el mismo valor en uno y otro sistema. Para realizar el cambio de coordenadas en la derivada espacial se hace uso de la regla de cadena para funciones de dos variables:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\partial E_y}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial x},$$

según la transformación de Galileo $\partial x'/\partial x = 1$. Por otro lado, como $t' = t$ entonces $x' = x - vt'$, y se puede concluir que $\partial t'/\partial x = 1/v$. Por tanto:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\partial E_y}{\partial x'} + \frac{1}{v}\cdot\frac{\partial E_y}{\partial t'}.$$

Si se sustituye este resultado en la ley de Faraday se obtiene:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x'} + \frac{1}{v}\cdot\frac{\partial E_y}{\partial t'} = -\frac{\partial B_z}{\partial t'}.$$

Así pues, al aplicar la transformación de Galileo se deduce que el observador O' encuentra que la ley de Faraday expresada en términos de las variables de su sistema de coordenadas (x', t') tiene una forma matemática diferente de la que encontró Maxwell. Sin embargo, cuando $v = 0$ los observadores O y O' están de acuerdo en la forma matemática de esta ley. Dicho de otro modo, la ley de Faraday solo es válida para un sistema de referencia que esté en reposo. Al aplicar la transformación galileana a la ley de Ampère-Maxwell o la ecuación diferencial de ondas se llega a conclusiones similares. El principio de relatividad no parece ser aplicable al electromagnetismo.

Por tanto, los físicos de finales del siglo XIX se toparon con el problema de que necesitaban encontrar un sistema de referencia «especial» en el que se verificaran las leyes del electromagnetismo, las ecuaciones de Maxwell y la ecuación diferencial de ondas. Ese sistema de referencia serviría además para saber realmente qué observadores estaban en reposo y cuáles en movimiento. ¿Y cuál era ese sistema de referencia tan privilegiado? Los científicos de entonces no podían pensar en un sistema mejor que el éter.

Para entender desde la perspectiva actual por qué se pensaba así hay que reflexionar sobre la velocidad de ondas mecánicas como el sonido. Cuando se afirma, por ejemplo, que la velocidad del sonido en aire a 20 °C es de 340 metros por segundo no se debe olvidar que dicha velocidad está referida al medio en que se propaga la onda. Dicho de otro modo: si el observador que realiza la medición de la rapidez de ondas sonoras se mueve respecto al medio detectará un valor diferente a este. Dado que a finales del siglo XIX todavía se pensaba que el medio mecánico por el que se propagaban las ondas electromagnéticas era el éter, resultaba lógico pensar que ese era el sistema de referencia privilegiado.

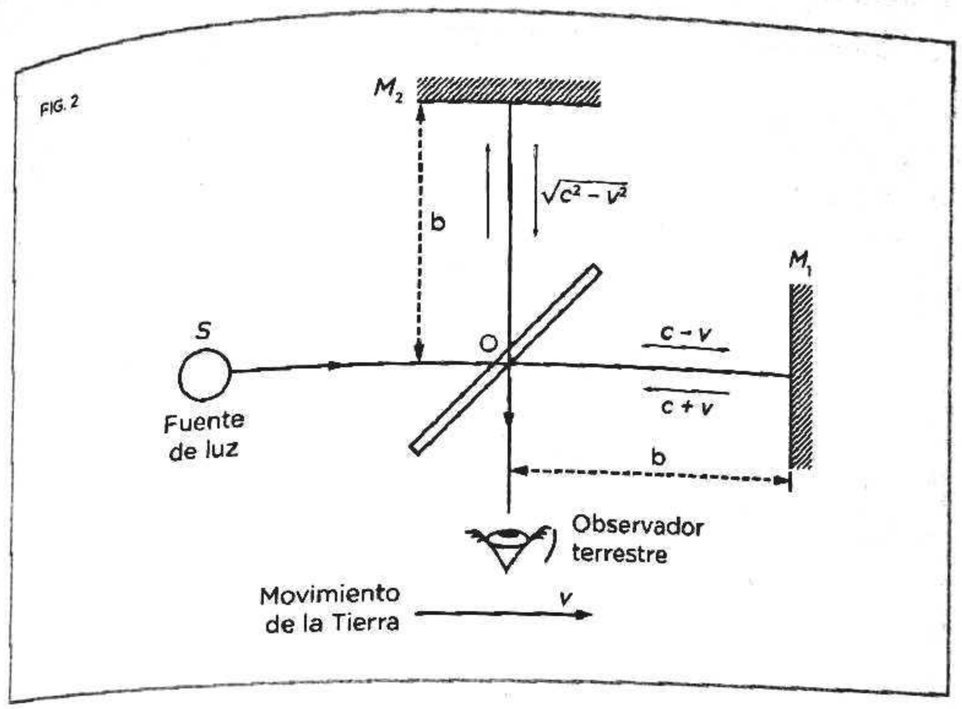
LA EXPERIENCIA QUE FRACASÓ UNA Y OTRA VEZ

Inspirado por estas ideas, Maxwell pensó que si el éter era el auténtico medio en reposo, se podría medir la velocidad absoluta con la que un cuerpo se movía respecto a él. De hecho, en un artículo titulado «Ether» publicado en 1878 afirmaba:

> Si fuese posible determinar la velocidad de la luz observando el tiempo que tarda la luz en viajar de un lugar a otro de la superficie podríamos, comparando las velocidades en sentidos opuestos, determinar la velocidad del éter respecto a estos lugares.

Pero aunque el experimento fuera técnicamente concebible él mismo no tenía mucha confianza en que fuese realizable en la práctica.

A partir de 1881 el físico polaco Albert Abraham Michelson (1852-1931) se propuso realizar una experiencia parecida para medir la velocidad de la Tierra respecto al éter. Empezó solo pero luego contó con la colaboración del estadounidense Edward Morley (1838-1923). En su experiencia un haz de luz monocromática se dividía en dos haces perpendiculares entre sí. Cada uno de estos haces recorría cierta distancia L donde se reflejaba y volvía al punto de partida. Según la transformación de Galileo, cuando uno de los haces viajaba en la misma dirección y el mismo sentido que la Tierra, su velocidad relativa a esta debería ser $c - v$. Pero al reflejarse en el espejo y volver en sentido opuesto, su velocidad relativa debería ser $c + v$. El otro haz viajaba de forma perpendicular al movimiento de la Tierra. En este caso su velocidad respecto a esta también se obtendría como una suma de velocidades, pero en direcciones perpendiculares. Por tanto se trataba de una suma vectorial. Aplicando la regla galileana era fácil demostrar que su velocidad relativa a la Tierra venía dada por $\sqrt{c^2 - v^2}$. En general, el tiempo que supuestamente empleaba cada uno de los haces en ir desde el punto en que se separaban hasta sus espejos respectivos y volver sería diferente. Dado que la luz era una onda, al reencontrarse ambos haces de luz estarían en estados de vibración diferentes y darían lugar a un fenómeno de interferencia parecido al de la rendija de Young.



Experiencia de Michelson vista por un observador que se mueve con velocidad v respecto al éter.

La velocidad de la Tierra alrededor del Sol es de unos 30 kilómetros por segundo. Esta velocidad es pequeña en comparación con la velocidad de la luz, pero el dispositivo construido por Michelson y Morley era lo suficientemente sensible como para detectar esa velocidad. En 1887, el experimento fue repetido en diferentes días y en diferentes orientaciones. Previamente Michelson había hecho experiencias similares en diferentes meses del año. Pero nunca se observó patrón de interferencia alguno. Según las palabras de estos dos físicos, su fracaso podía interpretarse así: «De todo lo que antecede parece razonablemente cierto que si hay algún movimiento relativo entre la Tierra y el éter luminífero debe ser pequeño». Otros investigadores realizaron experiencias con el mismo propósito en años posteriores, pero en ninguna de ellas se alcanzó una conclusión diferente.

Por enésima vez el éter volvía a ser cuestionado. Aunque, como en ocasiones anteriores, siempre era posible recurrir a ideas imaginativas para tratar de explicar el comportamiento tan peculiar de este medio en reposo absoluto. De hecho, mucho antes de la experiencia de Michelson y Morley, William Thomson ya había propuesto que el éter podía comportarse como un fluido viscoso cuyas capas más próximas a la superficie terrestre se adherían a ella. Este medio

extremadamente liviano que se doblaba como un sólido podía además adherirse a una superficie como si fuera miel. Según esta hipótesis, era lógico que el dispostivo de Michelson y Morley no detectase ningún movimiento relativo entre la Tierra y el éter. Pero experiencias similares realizadas a cierta altura sobre la superficie de la Tierra tampoco detectaron nunca el movimiento de esta respecto al éter.

UNA SOLUCIÓN REVOLUCIONARIA: LA RELATIVIDAD ESPECIAL

El conflicto en que se encontraba la física a finales del siglo XIX era realmente complejo. Las leyes de la mecánica eran invariantes bajo una transformación galileana, pero las leyes del electromagnetismo y la ecuación diferencial de onda que se deducía de ellas no. Para hacerlas compatibles había que aceptar que existía un único sistema de referencia privilegiado, el éter, y solo en este medio se cumplían las ecuaciones de Maxwell y las ondas electromagnéticas se propagaban con la velocidad de la luz. En cualquier otro sistema de referencia, la velocidad de la luz sería diferente. Los físicos que pensaban así estaban por tanto aceptando que el principio de relatividad de Galileo era válido para la mecánica, pero no para el electromagnetismo. Utilizando el mismo ejemplo de Galileo se podría decir que era imposible averiguar si un barco se movía con experimentos mecánicos pero, según estos físicos, sí era factible con experimentos electromagnéticos o luminosos. Partiendo de estas ideas, Michelson y Morley trataron de detectar el movimiento de la Tierra respecto al éter. Pero no lo consiguieron a pesar de que la instrumentación que emplearon era muy sensible.

Si se pensaba que la transformación de Galileo era válida y el principio de relatividad ampliable al electromagnetismo, entonces había que concluir necesariamente que las ecuaciones de Maxwell no eran correctas. Pero tras los trabajos de Hertz, Heaviside, los maxwellianos y otros muchos, el éxito de la teoría electromagnética era difícilmente cuestionable.

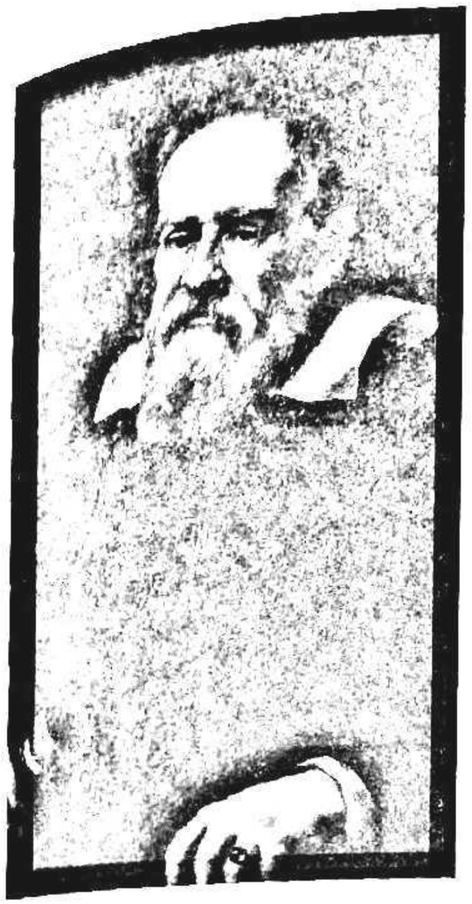


FOTO SUPERIOR IZQUIERDA:
El principio de relatividad enunciado por el astrónomo, matemático y físico italiano Galileo Galilei para la mecánica debía ser válido también para el electromagnetismo.

FOTO SUPERIOR DERECHA:
Las leyes de la mecánica formuladas por el físico y matemático inglés Isaac Newton eran incompatibles con la teoría electromagnética de Maxwell.

FOTO INFERIOR IZQUIERDA:
El conflicto entre la teoría electromagnética y la mecánica clásica inspiró al físico Albert Einstein en la formulación de la relatividad especial.

FOTO INFERIOR DERECHA:
James Clerk Maxwell. Su obra es comparable a la de Galileo, Newton o Einstein, aunque sea mucho menos conocida.

En 1905, Albert Einstein propuso una solución muy innovadora a este embrollo. Él estaba convencido de que las ecuaciones de Maxwell eran correctas y pensaba además que debían satisfacer el principio de relatividad. Por tanto, solo quedaba una posibilidad para conciliar ambas cosas: prescindir de las trasformaciones de Galileo. En su teoría de la relatividad Einstein propuso sustituirlas por las denominadas «transformaciones de Lorentz». Solo así la velocidad de la luz era la misma para cualquier observador independientemente de la velocidad a la que se moviese. Además, la ecuación diferencial que había obtenido Maxwell para las ondas electromagnéticas era invariante ante dicha transformación.

De esta manera el electromagnetismo y el principio de relatividad se reconciliaban. Pero la solución de Einstein fue realmente radical y revolucionaria porque implicaba despojar a la longitud de los cuerpos y a la duración temporal de los procesos de su carácter invariante. Dicho de otro modo: diferentes observadores no tenían por qué coincidir en la distancia que separa dos puntos o en el intervalo de tiempo que transcurre entre dos sucesos. Y por si esto fuera poco, la relatividad especial también conllevaba que la mecánica newtoniana necesitaba correcciones. Y ¿dónde dejaba la relatividad especial al éter? Las palabras de Einstein al comienzo de su trabajo sentenciaban: «La introducción de un éter luminífero se mostrará superflua, puesto que la idea que se desarrollará aquí no requerirá de un espacio en reposo absoluto dotado de propiedades especiales».

Einstein nunca tuvo ningún reparo en reconocer que el origen de su teoría se encontraba en las ecuaciones de Maxwell. Así lo hizo, por ejemplo, durante su primera visita a Inglaterra después de la Primera Guerra Mundial. Entonces Einstein ya era muy famoso y los ingleses temían que hiciese sombra a Isaac Newton, que en el siglo XVIII había afirmado: «Si he logrado ver más lejos es porque me he subido a hombros de gigantes». Por esa razón, la prensa inglesa parafraseaba al padre de la mecánica clásica comentando que, después de todo, Einstein se había subido a los hombros de Newton. En aquella visita del autor de la relatividad a Inglaterra los periodistas ingleses le preguntaron si él estaba de acuerdo con esa afirmación, y Einstein replicó: «Eso no es cierto, yo me subí a los hombros de Maxwell».

Lecturas recomendadas

BASIL, M., *The Man Who Changed Everything. The Life of James Clerk Maxwell*, Chichester (Reino Unido), Wiley, 2003.

EINSTEIN, A.; INFELD, L., *La evolución de la física*, Barcelona, Salvat, 1986.

GABÀS MASIP, J., *La naturaleza de la luz. Maxwell*, Madrid, Nivola, 2012.

GAMOW, G., *Biografía de la física*, Barcelona, Salvat, 1987.

SÁNCHEZ RON, J. M., *James Clerk Maxwell. Escritos científicos*, Madrid, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, 1998.

Índice

«A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field» 98, 101, 112, 118, 124
A Treatise on Electricity and Magnetism 52, 71, 104, 112, 118

birrefringencia 29
Boltzmann, Ludwig 77, 78
Brewster, David 30, 43

camino libre medio 76
Campbell, Lewis 103, 104, 134
Clausius, Rudolf 73, 76, 80, 81, 83, 85
coeficiente de difusión 82
constante de Boltzmann 78
corriente de desplazamiento 96, 118
cuaterniones 35, 37, 106, 112, 113, 118, 140-142

demonio de Maxwell 83-85
densidad
  de corriente 107, 117
  de probabilidad 77
desplazamiento eléctrico 96, 106, 110, 112-114, 125, 127
distribución de velocidades moleculares 26, 76, 79
divergencia 107, 111-114, 120, 122, 125-127

ecuación diferencial de ondas 100, 130, 149
éter 42, 43, 99, 102, 149-152

Faraday, Michael 39, 53, 71, 90-93, 102, 119-121, 123, 125, 128, 129, 148-149
FitzGerald, George Francis 137, 139, 141
Fizeau, Armand 97
flujo 33, 34, 36, 82, 107-113, 119
Forbes, James 19, 24, 26, 27, 47, 51, 56, 67, 72, 73, 77, 104
Fourier, Joseph 32-36, 54, 82, 111, 113
fotoelasticidad 30, 31

Garnett, William 49, 70, 72, 75, 134, 135

Gibbs, Josiah Williard 141, 142
Grassmann, Hermann 36, 141

Hamilton, William Rowan 26, 35, 36, 77, 112, 116, 141
Heaviside, Oliver 138-141, 144, 152
Helmholtz, Hermann 62, 133, 143
Hertz, Heinrich Rudolf 114, 137-139, 143, 144, 152
Huygens, Christiaan 40-42, 126

«Illustrations of the Dynamical Theory of Gases» 80, 90

laboratorio Cavendish 26, 49, 128, 133, 134
Lagrange, Joseph Louis 32, 99
Laplace, Pierre 32, 38, 54
ley
  de Ampère 118
  de Ampère-Maxwell 118, 123, 125, 129, 149
  de Coulomb 97, 109
  de Faraday 119-121, 123, 125, 129, 148, 149
  de Fick 82
  de Fourier 33, 34, 36, 82
  de Gauss 122, 125
  de Ohm 34, 125
líneas
  de campo 53, 94, 107-111, 114, 117, 122
  de corriente 53, 54, 108, 117
  de fuerza 53, 92, 98, 109, 111
Lodge, Oliver Joseph 138, 139, 142, 144
Lord Kelvin 22, 142
Lord Rayleigh 134, 145
Lorentz, Hendrik Antoon 125, 126
luz polarizada 27-30, 43, 101, 102

Marconi, Guglielmo 144, 145
maxwellianos 137, 142, 152
medalla Rumford 62, 139
Michelson, Albert Abraham 150-152
Morley, Edward 150-152

Nicol, William 29, 30, 55

Oersted, Christian 38, 94, 110
On Faraday's Lines of Force 53, 92, 120
On Physical Lines of Force 98, 100, 112, 114, 118, 120
operador de Hamilton 112, 116

permeabilidad magnética 97, 107, 118
permitividad dieléctrica 97, 107, 110
piñones locos 93, 94, 96
Poincaré, Henri 85, 137, 151
premio Adams 54, 55
premio Smith 22, 52-53, 74
principio de relatividad de Galileo 147, 152
prisma de Nicol 29

regla de la cadena 75
rotacional 107, 114, 116, 117, 119, 120, 122
Royal Institution 39, 62, 90, 91
Royal Society 24, 30, 52, 62, 90, 139
Rutherford, Ernest 134

Second Wrangler 51
Senior Wrangler 50-52, 74
Stokes, George 36, 51, 52, 81, 139
Szilard, Leo 85

Tait, Peter Guthrie 22, 35, 47, 51, 52, 67, 68, 70, 74, 76, 82-84, 104, 136, 141,142
teoría cinética de los gases 15, 76, 79, 80
Theory of Heat 32, 83, 104
triángulo de Maxwell 15, 58, 59, 61, 63, 64
Trinity College 47, 68, 137
Tripos 50-52, 77, 104
Thomson, Joseph John 51, 134
Thomson, William 22, 25, 36, 51, 52, 67, 71, 84, 92, 95, 120, 133, 139-142, 151

transformación de Galileo 146, 148-150, 152
transformaciones de Lorentz 154

vector potencial magnético 114, 120, 121, 125, 139
viscosidad 72, 81, 82, 90
vórtices moleculares 92, 98

Young, Thomas 41, 56, 102, 150